Álgebra Lineal I
Unidad 1: Tarea examen

1. (2 pts) Considera la transformación lineal $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ dada por

$$T(a, b, c, d) = (b + c + d, c + d, d, 0).$$

   - Encuentra la matriz A en $M_4(\mathbb{R})$ que representa a T.
   - Encuentra el menor entero n tal que $A^n = O_4$. Recuerda que O_4 es la matriz de ceros en $M_4(\mathbb{R})$.
   - Usando el inciso anterior, o de otra forma, explica por qué la matriz A no puede ser invertible.

2. (2 pts) Toma la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.
   - Encuentra las potencias B^2, B^3, B^4 y B^5.
   - Conjetura una fórmula para el valor de B^n.
   - Usando inducción, o de otra forma, demuestra la fórmula que encontraste en el inciso anterior.

3. (3 pts) Determina todos los reales x, y, z que hacen que la siguiente matriz sea simétrica:

$$\begin{pmatrix} 1 & x + 3y & 3x + 2y + 1 \\ 2z & 0 & 1 + x \\ 5z & 4y + z & 1 \end{pmatrix}.$$

4. (3 pts) ¿Para cuáles $x \in \mathbb{R}$ es la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & x \\ 0 & 1 & x \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   invertible? Calcula A^{-1} para esos x.

5. (+2 pts extra) Demuestra que cualquier matriz en $M_n(F)$ se puede llevar a su forma escalonada reducida usando a lo más n^2 operaciones elementales.

Álgebra Lineal I, COMAL Matemáticas a Distancia, Facultad de Ciencias, UNAM
Sitio web del curso: `http://www.mdistancia.com/comal/0`.
Trabajo realizado con el apoyo del Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE104721