Proposiciones bicondicionales

Arilin's Math World

Proposiciones bicondicionales

$$p \Longleftrightarrow q$$

Se cumple, es verdad, cuando p y q tienen el mismo valor de verdad.

Significa

"p si y sólo si q"

Qué se puede abreviar como

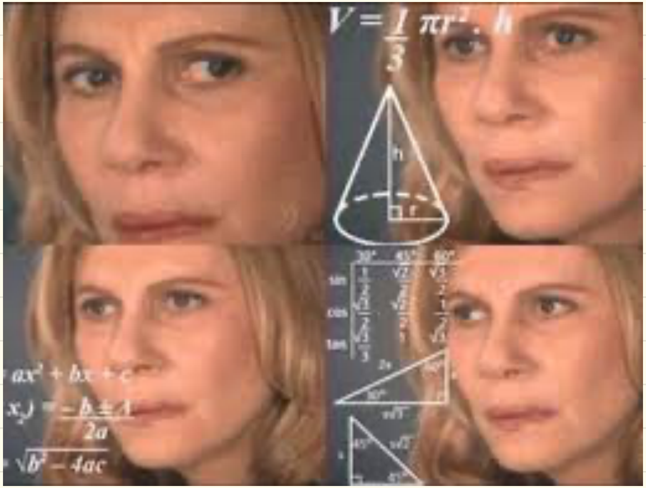
"p sii q"

tabla de verdad para "p sii q"

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	V

Otras formas de leer o decir

$$p \iff q$$



p si y sólo si q.

p si , pero sólo si q.

p es equivalente a q.

p es necesaria y suficiente para q.

Las más comunes

Teorema

a) $P \Rightarrow Q$ es equiv. a $\sim P \vee Q$

b) $P \Leftrightarrow Q$ es equiv. a $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$

c) $\sim(P \Rightarrow Q)$ es equiv. a $P \wedge \sim Q$

Importante

Esto nos dice que podemos demostrar el bicondicional $P \Leftrightarrow Q$ demostrando la doble implicación, es decir $P \to Q$ y $Q \to P$.

Dem

a)

P	Q	$P \to Q$	$\sim P$	$\sim P \vee Q$
V	V	V	F	V
F	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	F	V	V	V

c)

P	Q	$P \to Q$	$\sim(P \to Q)$	$\sim Q$	$P \wedge \sim Q$
V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	V	F

b)

P	Q	$P \leftrightarrow Q$	$P \to Q$	$Q \to P$	$(P \to Q) \wedge (Q \to P)$
V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F
V	F	F	F	V	F
F	F	V	V	V	V

Son equivalentes dado que tienen los mismos valores de verdad

Las formas proposicionales P y Q son equivalentes exactamente cuando $P \Leftrightarrow Q$ es una tautología.

Dem.

$\boxed{\rightarrow}$ Supongamos que P y Q son equivalentes, entonces tienen el mismo valor de verdad, lo que implica que $P \leftrightarrow Q$ es verdadero sin importar la veracidad de P ó Q. Por lo tanto, en este caso $P \leftrightarrow Q$ es una tautología.

$\boxed{\leftarrow}$ Supongamos que $P \leftrightarrow Q$ es una tautología. Entonces $P \leftrightarrow Q$ es verdadero sin importar si P y Q son verdaderos o no. Por lo tanto P y Q siempre tienen el mismo valor de verdad. Es decir P y Q son equivalentes.

Ejemplo

P	Q	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P \vee \neg Q$	$\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$
V	V	F	F	V
F	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	F	V	V	V

$P \Leftrightarrow Q$

Ejercicio. Demostrar el siguiente teorema.

Teorema: Sean P, Q, R proposiciones.

a) $P \Rightarrow Q$ es equiv. a $\neg P \vee Q$

b) $P \Leftrightarrow Q$ es equiv. a $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$

c) $\neg(P \Rightarrow Q)$ es equiv. a $P \wedge \neg Q$

d) $\neg(P \wedge Q)$ es equiv. a $P \Rightarrow \neg Q$

e) $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$ es equiv. a $(P \wedge Q) \Rightarrow R$

f) $P \Rightarrow (Q \wedge R)$ es equiv. a $(P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow R)$

g) $(P \vee Q) \Rightarrow R$ es equiv. a $(P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow R)$.

- Imágenes creadas con Bitmoji.

- Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World.

- Notas basadas en el video de Luis Jorge Sánchez Saldaña, puedes visitar su canal https://www.youtube.com/channel/UCmF6r_udwPhwlkyAocDykWw

- Recuerda visitar:
  * mi canal Arilin's Math y
  * mi grupo de Facebook Arilin's Math World.