Demostración directa

$$p \implies q$$

Arilin's Math World

Demostración directa

$$p \implies q$$

Demostración directa de $P \Rightarrow Q$:

<u>Dem:</u>

Supongamos P.

$\vdots$

Por lo tanto Q.

Así que $P \Rightarrow Q$ ■

Cuando quiero probar P implica Q con demostración directa lo que hago es:

* Suponer que P es verdadera
* Usar implicaciones que me ayuden a deducir que Q se cumple. Estas implicaciones pueden ser: definiciones, cuentas, o bien, resultados que ya fueron demostrados.
* Ponerme feliz y escribir el cuadrito de final de demostración.

Ejemplo 1

Def. Un entero n es par si existe $m \in \mathbb{Z}$ tal que $n = 2m$.

$$(n \text{ es par}) \Leftrightarrow (\exists\, m \in \mathbb{Z})(n = 2m)$$

Def. Un entero m es impar si existe $n \in \mathbb{Z}$ tal que $m = 2n + 1$.

Teorema

Ej. Sea $x \in \mathbb{Z}$. Demuestre que si x es impar, entonces $x+1$ es par.

Dem: Supongamos que x es impar.

Existe $m \in \mathbb{Z}$ tal que $x = 2m+1$. Entonces

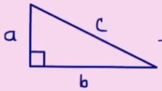
$x+1 = (2m+1)+1$ para cierto $m \in \mathbb{Z}$.

Como $x+1 = 2m+1+1 = 2m+2 = 2(m+1)$, concluimos que $x+1$ es 2 veces el entero $m+1$.

Por lo tanto $x+1$ es un entero par. ∎

Teorema de Pitágoras

En todo triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de la longitud de los catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa.

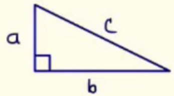


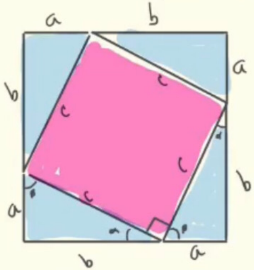
$\rightarrow a^2+b^2=c^2$

Ejemplo 2

Demostración del teorema de Pitágoras.

Con base al triángulo del enunciado del teorema consideremos el siguiente cuadrado y calculemos su área A.





- Como sus lados miden $a+b$ su área es

$A=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

- También podemos calcular su área sumando las áreas de cada figura dentro del cuadrado, así

$A=4\left(\frac{ab}{2}\right)+c^2=2ab+c^2.$

ojo Notemos que la figura de adentro sí es un cuadrado pues sus ángulos son rectos y cada lado mide lo mismo.

los ángulos α y β suman $90°$

Dado que ambas expresiones representan la misma área las podemos igualar, y así obtenemos:

$a^2+2ab+b^2=2ab+c^2$ restando $2ab$ a la ecuación queda

$a^2+b^2=c^2$ tal como queríamos.

Teorema Si $x<-4$ y $y>2$, entonces la distancia de (x,y) a $(1,-2)$ es al menos 6.

Ejemplo 3

Fórmula para calcular la distancia entre dos puntos (a,b) y (x,y) en el plano cartesiano.

$$d=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$$

En el contexto de este ejemplo $a=1$ y $b=-2$ tendría

$$d=\sqrt{(x-1)^2+(y-(-2))^2}$$

Dem:

Supongamos $x<-4$ y $y>2$.

Elijo restar 1 a la desigualdad para que el lado izquierdo de la desigualdad se parezca al primer término que está dentro de la raíz cuadrada en la fórmula de distancia

$-(x-1)>-(5)$

Entonces $x-1<-5$, así que $(x-1)^2>5^2=25$

Elijo sumar dos a la desigualdad para que el lado izquierdo de la desigualdad se parezca al segundo término que está dentro de la raíz cuadrada en la fórmula de distancia

También $y+2>4$, así que $(y+2)^2>16$.

Por lo tanto

$$\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}>\sqrt{25+16}=\sqrt{41}>\sqrt{36}=6$$

Elijo comparar con raíz cuadrada de 36 (la cual es 6) porque yo quiero que la distancia sea al menos 6.

Así que la distancia de (x,y) a $(1,-2)$ es al menos 6. ∎

- Imágenes creadas con Bitmoji.

- Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World.

- Notas basadas en el video de Luis Jorge Sánchez Saldaña, puedes visitar su canal https://www.youtube.com/channel/UCmF6r_udwPhwlkyAocDykWw

- Recuerda visitar:
    * mi canal Arilin's Math y
    * mi grupo de Facebook
      Arilin's Math World.