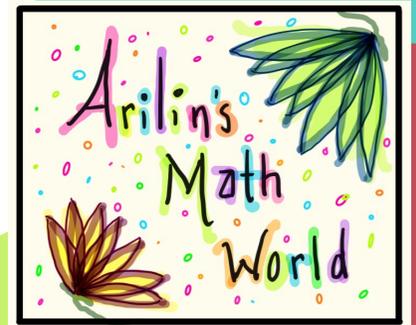


# Demostración por casos



$$(P \vee Q) \rightarrow R \quad x \in A \text{ ó } x \in \bar{A}$$



# Demostración por casos

Utilizamos demostración por casos cuando:

- 1) Las hipótesis plantean más de una posibilidad.
- 2) No sabemos cómo proceder con toda generalidad.



Las reglas que debemos de seguir cuando demostramos por casos son:

🌀 Los casos deben ser exhaustivos.

Es decir que abarque todas las posibilidades.

🌀 Se debe llegar a la conclusión deseada en todos y cada uno de los casos, de lo contrario la demostración no será válida.

## Ejemplo 1



En este ejemplo utilizamos demostración por casos por qué las hipótesis plantean más de una posibilidad. La primera es  $n=4j+1$  y la segunda es  $n=4i-1$ .

$$(P \vee Q) \Rightarrow R$$

Ej. Sea  $n \in \mathbb{Z}$ . Si  $n=4j+1$  para algún  $j \in \mathbb{Z}$ , o  $n=4i-1$  para algún  $i \in \mathbb{Z}$ , entonces  $n$  es impar.

Dem: Caso 1. Supongamos que  $n=4j+1$  para algún  $j \in \mathbb{Z}$ . Como  $n=4j+1 = 2(2j)+1$ , y  $2j \in \mathbb{Z}$ , entonces  $n$  es impar.

Caso 2. Supongamos que  $n=4i-1$  para algún  $i \in \mathbb{Z}$ . Como  $n=4i-1 = 4i-1+(1+1) = 4i-2+1 = 2(2i-1)+1$ , entonces  $n$  es impar. 



Aquí procedemos por casos porque no sabemos como proceder con toda generalidad en la demostración. Nos es más conveniente considerar dos posibles situaciones. La primera  $x$  mayor o igual a 0 y la segunda  $x$  menor que 0.

## Ejemplo 2.

Sea  $x \in \mathbb{R}$ . Demuestre que  $-|x| \leq x \leq |x|$ .

Dem.: Supongamos  $x \in \mathbb{R}$ .

Dividimos en dos casos:

Caso 1. Supongamos  $x \geq 0$ . Entonces  $|x| = x$ . Como  $x \geq 0$ , tenemos  $-x \leq x$ . Así que  $-x \leq x \leq x$ .

Caso 2. Supongamos  $x < 0$ . Entonces  $|x| = -x$ . Como  $x < 0$ , entonces  $x \leq -x$ . Así que  $x \leq x \leq -x$  o equivalentemente  $-(-x) \leq x \leq -x$ , así que  $-|x| \leq x \leq |x|$ .  $\square$

### Observación.

Aunque en los dos ejemplos son los dividimos en dos casos, en la vida real se pueden considerar tantos casos como sean necesarios.

- + Imágenes creadas con Bitmoji.
- + Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World.
- + Notas basadas en el video de Luis Jorge Sánchez Saldaña, puedes visitar su canal [https://www.youtube.com/channel/UCmF6r\\_udwPhwlkyAocDyKWw](https://www.youtube.com/channel/UCmF6r_udwPhwlkyAocDyKWw)
- + Recuerda visitar:
  - \* mi canal Arilin's Math y
  - \* mi grupo de Facebook Arilin's Math World.

