
# Demostración
# Contradicción

$\neg P \wedge P$

Arilin's Math World

# Demostración por contradicción

Para hacer una demostración por contradicción nos basamos en la siguiente premisa:

*"Si una proposición P no es falsa, entonces tiene que ser cierta."*

## ¿Cómo hacer una demostración por contradicción?

Los pasos para demostrar un enunciado P utilizando contradicción son dos:

1) Suponer que P es falso.
2) Utilizar consecuencias lógicas de la negación de P para llegar a una contradicción.

Usualmente esta contradicción es del tipo $\sim Q \wedge Q$

# Ejemplo 1

**Prop.** $\sqrt{2}$ no es racional.

Paso 1

**Dem:** Supongamos que $\sqrt{2}$ es racional. Así que existen $p, q \in \mathbb{Z}$ tales que $q \neq 0$ y $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$. Además podemos suponer que $\frac{p}{q}$ es una fracción reducida.

Q

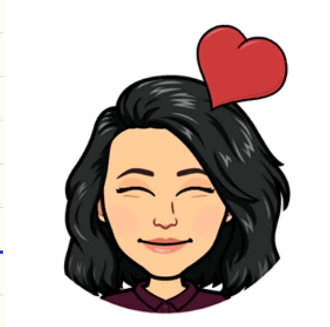
Tenemos que $2 = \frac{p^2}{q^2}$, así que $2q^2 = p^2$. Luego $p^2$ es par, ent. $p$ es par. Por lo tanto existe $m \in \mathbb{Z}$ tal que $p = 2m$.

Paso 2

Sustituyendo obtengo $2q^2 = (2m)^2 = 4m^2$, que implica $q^2 = 2m^2$. Luego $q^2$ es par, ent. $q$ es par. Por lo tanto existe $n \in \mathbb{Z}$ tal que $q = 2n$.

Entonces $\neg Q$ $\sqrt{2} = \frac{2m}{2n}$. Esto contradice el hecho de que $\frac{p}{q}$ era una fracción reducida. $\blacksquare$

Contradicción



El enunciado es de la forma $P \Rightarrow Q$

## Ejemplo 2.

Por lo tanto su negación es: $\sim(P \Rightarrow Q) \Longleftrightarrow P \wedge \sim Q$

Prop. Sea $m \in \mathbb{Z}$. Si $\overbrace{m^2 \text{ es par}}^{P}$, entonces $\overbrace{m \text{ es par}}^{Q}$.

**Dem:** Supongamos que $\overset{R}{m^2 \text{ es par}}$ y $m$ es impar. Entonces existe $n \in \mathbb{Z}$ tal que $m = 2n+1$. Por lo tanto

$$m^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 2(2n^2 + 2n) + 1$$

Así que $\underset{\sim R}{m^2 \text{ es impar}}$. ■

Contradicción


Es bellísimo

- Imágenes creadas con Bitmoji.

- Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World.

- Notas basadas en el video de Luis Jorge Sánchez Saldaña, puedes visitar su canal https://www.youtube.com/channel/UCmF6r_udwPhwlkyAocDykWw

- Recuerda visitar:
    * mi canal Arilin's Math y
    * mi grupo de Facebook Arilin's Math World.