Lista de Ejercicios: Lógica Proposicional

Unidad 1. Álgebra Súperior 1

Profesores: Arilín Haro y Luis Jorge Sánchez Saldaña.
Selección de ejercicios hecha por Brenda Navarro.

A continuación encontrarán una lista de ejercicios sugeridos para que practiquen el contenido de esta unidad. Como verán, están separados por temas para que los vayan resolviendo de acuerdo al avance con las notas y los vídeos.

Lógica proposicional

Proposiciones, conectores y cuantificadores.

Ejercicio 1. *Determina cuales de las siguientes oraciones son proposiciones:*

i) *Se cumple la siguiente igualdad:* $0 = 1$.

ii) *Todas las personas que tienen un gato se llaman Karen.*

iii) *¡Qué lindo día!*

iv) *El* 7 *de octubre de* 2000 *fue martes.*

v) *¿Qué hora es?*

Ejercicio 2. *Di si cada una de las siguientes proposiciones acerca de los números enteros es verdadera o falsa y porqué.*

i) $(5 - 1 = 3) \vee (9 + 3 = 12)$.

ii) $(8 < 9) \wedge (18 < 1)$.

iii) $((9 = 3 + 6) \wedge (8 = 6 + 2)) \vee (9 < 1)$.

iv) $(17 = 9 + 8) \wedge ((-4 < 2) \vee (2 < -4))$

Ejercicio 3. *En cada uno de los siguientes incisos compara las tablas de verdad de las proposiciones.*

i) $\neg(P \vee Q)$ *y* $(\neg P) \vee Q$.

ii) $\neg(P \wedge Q)$ *y* $P \wedge (\neg Q)$

Ejercicio 4. *Sea* $U = \{-1, 1, 2\}$. *Di si la siguiente proposición es verdadera o falsa y porqué:* $\forall x \in U$ *se cumple que* $x^2 = 1$.

Ejercicio 5. *Sea* $U = \{4, 8, 12, 16\}$. *Di si la siguiente proposición es verdadera o falsa y porqué:* $\exists y \in U$ *tal que* $y + 5 = 17$

Condicionales y bicondicionales

Ejercicio 6. *Identifica el antecedente y consecuente de cada una de las siguientes proposiciones:*

i) *Si la luna es hecha de queso, entonces* $8 = 0$.

ii) *Si los triángulos tiene* 4 *lados, entonces los cuadrados tienen* 3 *lados.*

iii) *Los loros cantan sólo cuando hay luna llena.*

iv) *Emy va a comer postre sólo si no llora todo el día.*

Ejercicio 7. *Construya tablas de verdad para cada una de las siguientes formas proposicionales. ¿Cuáles de ellas son tautologias?*

i) $\neg(P \vee \neg Q) \Rightarrow \neg P$

ii) $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$

iii) $(P \wedge Q) \Rightarrow P$

Ejercicio 8. *Usando tablas de verdad, compruebe las equivalencias siguientes:*

i) $\neg(P \wedge Q) \Longleftrightarrow \neg P \vee \neg Q$

ii) $\neg(\neg P) \Longleftrightarrow P$

Ejercicio 9. *Represente simbólicamente la siguiente proposición: Cuando duermo poco ó cuando veo a mis amigos, bebo café.*

Ejercicio 10. *Construya tablas de verdad para las siguientes formas proposicionales. ¿Cuáles de ellas son tautologias o contradicciones?*

i) $P \Longleftrightarrow P \wedge (P \vee Q)$

ii) $P \wedge (Q \vee \neg Q) \Longleftrightarrow P$

iii) $P \wedge (P \Leftrightarrow Q) \wedge \neg Q$

Demostraciones

Ejercicio 11. *Decimos que un número entero x es* ***par*** *si existe un entero r tal que $x = 2 \cdot r$. Demuestra de forma directa que si a y b son números enteros tales que a es par y b es par, entonces $a + b$ es par.*

Ejercicio 12. *Decimos que un número entero x es* ***impar*** *si existe un entero r tal que $x = 2 \cdot r + 1$. Demuestra de forma directa que para cada entero impar a, a^2 es impar.*

Ejercicio 13. *Sean r un número entero par. Demuestra que para cada entero x tal que $r + x$ es par se debe cumplir que x es par.*

Ejercicio 14. *Para dos números enteros a y b, decimos que b es* ***múltiplo entero*** *de a si $b = n \cdot a$ para algún entero n. Demuestra de forma directa que si a es múltiplo entero de r, entonces para cada entero s, $s \cdot a$ es múltiplo entero de r.*

Ejercicio 15. *Sean a, b y c enteros. Demuestra que si a es múltiplo entero de b y b es múltiplo entero de c, entonces a es múltiplo entero de c.*

Contrapositiva y contradicción

Ejercicio 16. *Demuestra por contrapositiva que si* m *y* n *son enteros tales que* $n \cdot m > 25$ *entonces* $n > 5$ *ó* $m > 5$.

Ejercicio 17. *Demuestra por contrapositiva que si* n *es un entero par, entonces* $n + 11$ *es un entero impar.*

Ejercicio 18. *Demuestra por contradicción que si* n *es un entero par, entonces* $n + 17$ *es impar.*

Ejercicio 19. *Demuestra por contradicción que si* n *y* m *son enteros tales* $n \cdot m$ *es par, entonces tanto* n *como* m *son pares.*

Ejercicio 20. *Demuestra por contrapositiva que si* n *y* m *son enteros tales que* $n \cdot m$ *es impar, entonces tanto* n *como* m *son impares.*

Bicondicional y demostraciones con cuantificadores

Ejercicio 21. *Demuestra que existen enteros n y m tales que* $15m + 12n = 3$.

Ejercicio 22. *Demuestra que para cada entero $m > 1$, se cumple que $m^2 - m > 0$.*

Ejercicio 23. *Demuestra que existe un único número natural x tal que* $x^2 = 64$

Ejercicio 24. *Sean n y m enteros. Demuestra que n es múltiplo de m y m es múltiplo de n si y sólo si $n = m$ ó $n = -m$.*

Ejercicio 25. *Demuestra que para cada entero n, se cumple que $5n^2 + 3n + 4$ es par.*