Funciones 1

Funciones

Arilin's Math World

Funciones

Definición: Una función de A a B es una relación f de A a B tal que
i) El dominio de f es A.
ii) Si $(x,y)\in f$ y $(x,z)\in f$, entonces $y=z$.

Escribimos $f:A \Rightarrow B$ y se lee " f es una función de A a B". Al conjunto B lo llamamos codominio.

En otras palabras, una relación f:A->B es una función si

Cada elemento a en A tiene una única pareja b en B

Funciones

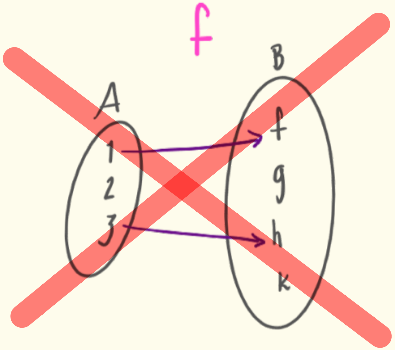
$f: A \to B$

$x \mapsto y$

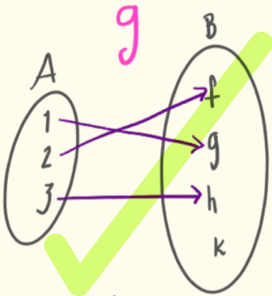
Ejemplos.

Definición: Una función de A a B es una relación f de A a B tal que
i) El dominio de f es A. $\forall x \in A$ $(x,y) \in B$ i) Toda $x \in A$ tiene pareja $y \in B$
ii) Si (x,y) f y (x,z) f, entonces y=z. ii) Toda $x \in A$ tiene una única pareja

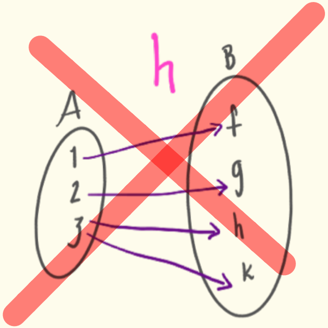
Escribimos f:A⟶B y se lee " f es una función de A a B". Al conjunto B lo llamamos codominio.



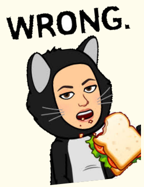
No es función porque el 2 no tiene pareja.



Si es función.



No es función porque el 3 tiene más de una pareja.



+ Ejemplos

Sea A el conjunto de personas y B el conjunto de colores

Consideremos las siguientes relaciones

$$f: A \to B$$
$$x \mapsto \text{color favorito}$$

Le pedimos a cada quien que nos diga su color favorito.

Sí es función

1) Todos tenemos 1 color que nos gusta

2) Pero sólo 1 es el favorito

$$g: A \to B$$
$$x \mapsto \text{color de los calcetines}$$

1) No todos usan calcetines

No es función

2) Hay calcetines que tienen más de un color.

Funciones iguales

Definición. Diremos que las funciones $f: A \to B$ y $g: C \to D$, son iguales si sólo si:

1) $A = C$
2) $\forall x \in A \quad f(x) = g(x)$

Cada elemento del dominio tiene la misma pareja en f y en g

Ejemplos

Def.

Diremos que una función es numérica si los conjuntos A y B son conjuntos numéricos

Ejemplos.

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto 5x + 1$$
$$f(x) = 5x + 1$$
función lineal

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$$
$$g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$
función valor Absoluto

$$h : \mathbb{R} \to [-1, 1]$$
$$x \to \cos(x)$$
función coseno

$$i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \to 3$$

$$j : \mathbb{Z} \to \{-7\}$$
$$x \mapsto -7$$

funciones constante

$$K : \mathbb{R} - \{5\} \to \mathbb{R}$$
$$x \to \frac{x^2 + 8}{x - 5}$$

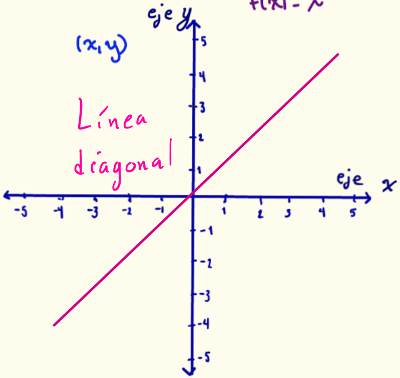
Las funciones numéricas, que van de un subconjunto a otro subconjunto de los reales tienen la feliz propiedad de que se pueden graficar.

Ejemplos

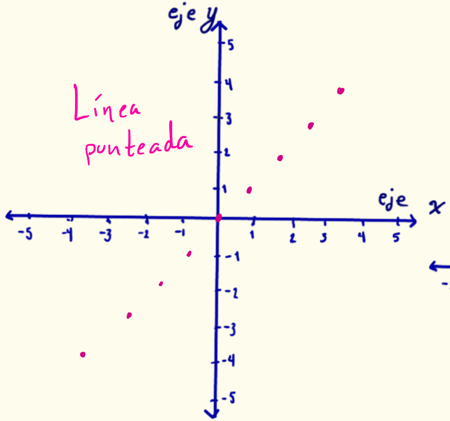
① $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto x$

$y = x$

$f(x) = x$



② $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto x$



③ $h: \mathbb{R} \to \mathbb{Z}$
$x \mapsto x$

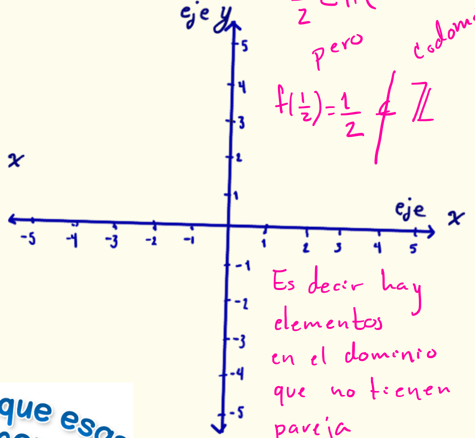
Dominio

$\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$

pero

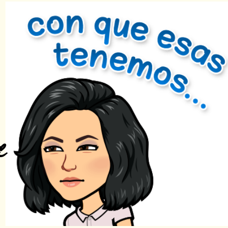
codominio

$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$



Es decir hay elementos en el dominio que no tienen pareja

Aunque tengan la misma regla de asignación no necesariamente son la iguales



Tienen el mismo dominio

Ejemplo:

Considere la funciones $f, g : \{-2, 0, 2\} \to \mathbb{R}$

con las siguientes reglas de asignación.

$f(x) = x^3$ y $g(x) = 4x$

Diferentes reglas de asignación pero

$f(-2) = (-2)^3 = -8 \to (-2, -8) \leftarrow g(-2) = 4(-2) = -8$

$f(0) = 0^3 = 0 \quad (0, 0) \leftarrow g(0) = 4(0) = 0$

$f(2) = 2^3 = 8 \to (2, 8) \leftarrow g(2) = 4(2) = 8$

Se emparejan igual

Conclusión

$f = g$

Ejemplo

Sean $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$

con reglas de asignación

misma regla de asignación

$f(x)=2x$ y $g(x)=2x$

f sí es función

Notemos que $x=-5$
es un elemento del dominio,
pero $g(-5)=2(-5)=-10$
No pertenece al codominio.
$\therefore$ g no es función.

Conclusión
$f\neq g$

- Imágenes creadas con Bitmoji.

- Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World

- Recuerda visitar:
  * mi canal Arilin's Math y
  * mi grupo de Facebook Arilin's Math World.