



Principio de
Inducción
Matemática

Principio de Inducción Matemática

El principio de inducción matemática es un método que utilizamos para demostrar que alguna propiedad $P(n)$ se cumple para todos los enteros a partir de un cierto número.

Demostraciones por inducción

Wikipedia

Llamemos P_n a la proposición.

- **Base:** Se demuestra que P_1 es cierta, esto es el primer valor que cumple la proposición (iniciación de la inducción). *Verificar que la proposición se cumple para el primer valor*
- **Paso inductivo:** Se demuestra que, si P_n es cierta, esto es, como **hipótesis inductiva**, entonces P_{n+1} lo es también, y esto sin condición sobre el entero natural n (relación de inducción. Indicado como $n \Rightarrow n + 1$). *A partir de que la proposición es cierta para n obtener que también es cierta para $n+1$.*

Ejemplo 2.

Demostrar que para $n \in \mathbb{N}$ $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$.

Demostración

Sea $P(n): 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$.

Paso base (Ver $P(1)$ es cierta)

$$P(1): 2^0 + 2^1 = 2^{1+1} - 1$$

notemos que $2^0 + 2^1 = 1 + 2 = 3$

y también $2^{1+1} - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

entonces $2^0 + 2^1 = 2^{1+1} - 1$

por lo tanto $P(1)$ es cierta

Pregunta útil para el paso inductivo

¿Qué puedo hacer para que $P(k)$

se parezca a $P(k+1)$?

Notemos que

$$P(k+1): 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{k+1} = 2^{k+1+1} - 1$$

Paso inductivo ($P(k)$ cierta $\rightarrow P(k+1)$ cierta)

$$P(k): 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^k = 2^{k+1} - 1$$

$$P(k+1): 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{k+1} = 2^{k+1+1} - 1$$

Supongamos que $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^k = 2^{k+1} - 1$ es cierto.

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^k = 2^{k+1} - 1$$

Sumando 2^{k+1} a la ecuación obtengo

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^k + 2^{k+1} = 2^{k+1} - 1 + 2^{k+1}$$

$a + a = 2a$
con $a = 2^{k+1}$ obtengo

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^k + 2^{k+1} = 2(2^{k+1}) - 1$$

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^k + 2^{k+1} = 2^{k+1+1} - 1$$

Por lo tanto $P(k+1)$ es cierto.

~~16~~
16

- + Imágenes creadas con Bitmoji.
- + Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World
- + Recuerda visitar:
 - * mi canal Arilin's Math y
 - * mi grupo de Facebook Arilin's Math World.

