INDUCCIÓN

EJEMPLOS INTERESANTES DE INDUCCIÓN

ÁLGEBRA SUPERIOR I

?

Ejemplo:

> Demuestre que $\forall n \in \mathbb{N}$
> $1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ (Suma de Gauss)

Dem 1:

i. (Paso base) Si n=1, del lado izquierdo tenemos 1 y del lado derecho $\frac{1(1+1)}{2} = 1$ entonces el enunciado es cierto para n=1

ii. (Hip de ind.) Sea $n \in \mathbb{N}$ tal que $1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

(Paso de ind.)

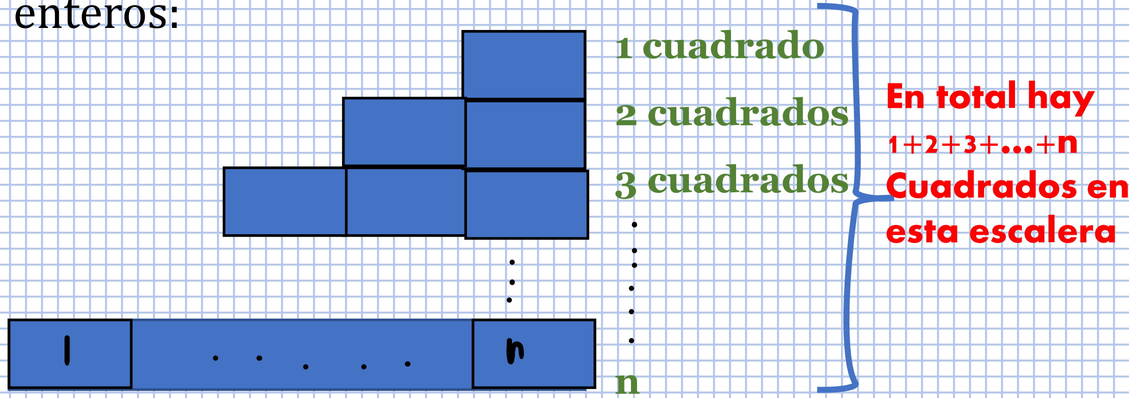
$$1+2+\cdots+n+(n+1)=\frac{n(n+1)}{2}+(n+1)$$
$$=(n+1)\left(\frac{n}{2}+1\right)$$
$$=(n+1)\left(\frac{n+2}{2}\right)$$
$$=\frac{(n+1)(n+1)+1}{2}$$

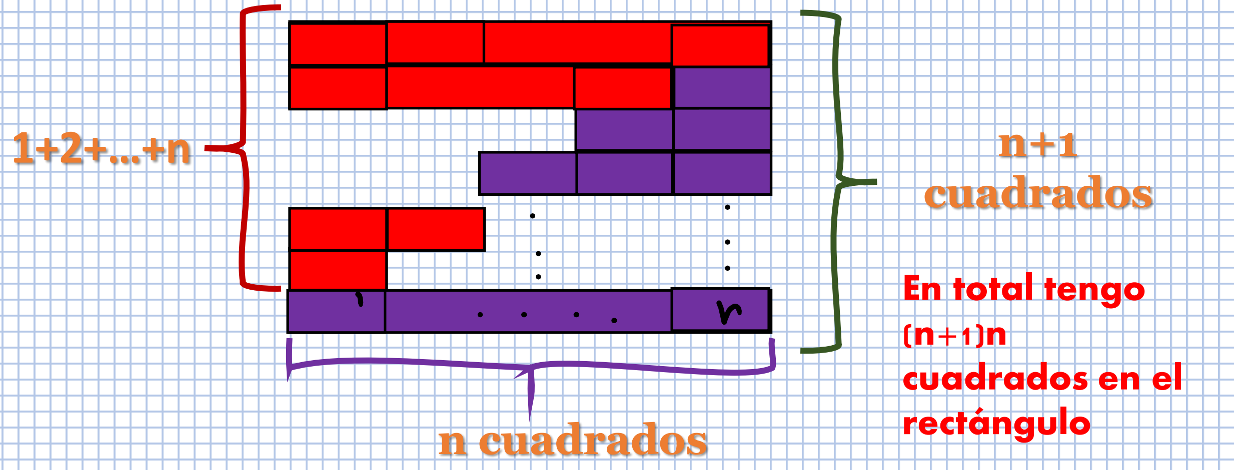
Por lo tanto el enunciado es cierto para n+1 ,

$1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

Por PIM $\forall n \in \mathbb{N}$

Dem 2. 1+2+...+n es la suma de los primeros n enteros:





Por otro lado $1+2+\cdots+n+1+1+2+\cdots+n$
$$=2(1+2+\cdots+n)$$

Así que
$$2(1+2+\cdots+n)=n(n+1)$$
$$\rightarrow 1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

SUMATORIA

Usamos la notación $\sum_{i=b}^{n} a_i$ para referirnos a la suma de los términos a_i donde a_b es el primer sumando y a_n *es el último* es decir

$$\sum_{i=b}^{n} a_i = a_b + a_{b+1} + \cdots + a_n$$

Ejemplos:

$$\sum_{i=0}^{3} i = 0 + 1 + 2 + 3 = 6$$

$$a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3$$

$$\sum_{i=5}^{n} 2(i-7) = 2(5-7) + 2(6-7) + 2(7-7) + 2(8-7) + 2(9-7)$$

$$a_5 \quad + a_6 \quad + a_7 \quad + \quad a_8 + \quad a_9$$

$$a_i = 2(i-7)$$
$$a_5 = 2(5-7)$$
$$a_6 = 2(6-7)$$
$$a_7 = 2(7-7)$$
$$a_8 = 2(8-7)$$
$$a_9 = 2(9-7)$$

$$\sum_{i=5}^{9} 2(i-7) = 2(-2) + 2(-1) + 2(0) + 2(1) + 2(2)$$
$$= -4 - 2 + 0 + 2 + 4 = 0$$

$$\sum_{k=0}^{10} 2$$

$$a_k = 2$$
$$a_0 = 2$$
$$a_3 = 2$$

.
.
.

$$a_{10} = 2$$

$\sum_{k=0}^{10} 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2(11) = 22$