



**Soluciones de un
sistema de ecuaciones**



¿Qué debo hacer una vez que ya llevé a su forma escalonada reducida la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones?

Lo que nos gustaría es poder describir el conjunto de todas las soluciones. Para esto voy a despejar la variable correspondiente al 1 líder de cada renglón, notemos que las variables que no tengan 1 líder van a quedar libres

Ejemplo: Calculemos las soluciones de un sistema a partir de su matriz aumentada en su forma escalonada reducida.

Ejemplo 1

$$\left(\begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

$x_1 = 5 - \frac{1}{2}x_2$
 $x_3 = 9$
 $x_4 = 3$

x_2 y x_5 no tienen 1 líder, así que quedan libres

El conjunto de soluciones de este sistema es:

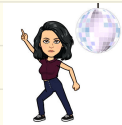
$$S = \left\{ \left(\begin{array}{c} 5 - \frac{1}{2}u \\ u \\ 9 \\ 3 \\ t \end{array} \right) \mid u, t \in \mathbb{R} \right\}$$

Ejemplo 2

$$\left(\begin{array}{cc|c} x & y & \\ 1 & 0 & -7 \\ 0 & 1 & 8 \end{array} \right)$$

$x = -7$
 $y = 8$

El conjunto de soluciones de este sistema es:

$$S = \left\{ \left(\begin{array}{c} -7 \\ 8 \end{array} \right) \right\}$$


Ejemplo 3

$$\left(\begin{array}{cccc|c} x & y & z & w & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 - 11t \end{array} \right)$$

$x_3 = 0$
 $x_4 = 4 + x_2$
 $x_5 = -11 - 2x_6$

x_1, x_2 y x_6 quedan libres
 u, w, t

El conjunto de soluciones de este sistema es:

$$S = \left\{ \left(\begin{array}{c} u \\ w \\ 4+t \\ -11-2t \\ t \end{array} \right) \mid u, w, t \in \mathbb{R} \right\}$$

Ejemplo 6

$$\left(\begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$x_1 = 1$
 $x_3 = -1$
 $x_4 = 2$
 $0 = 0$

x_2 queda libre
 t

El conjunto de soluciones de este sistema es:

$$S = \left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ t \\ -1 \\ 2 \end{array} \right) \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

Ejemplo 4

$$\left(\begin{array}{cccc|c} x & y & z & w & \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{array} \right)$$

$x_1 = 0 + x_6 - 3x_4$
 $x_2 = 3 - 2x_6 + x_4$
 $x_3 = 9 - 2x_6 - 4x_4$
 $x_5 = 0 - x_6$
 $x_7 = 5$

x_4 y x_6 quedan libres
 t, w

El conjunto de soluciones de este sistema es:

$$S = \left\{ \left(\begin{array}{c} w - 3t \\ 3 - 2w + t \\ 9 - 2w - 4t \\ t \\ w \\ 5 \end{array} \right) \mid w, t \in \mathbb{R} \right\}$$

Ejemplo 5

$$\left(\begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$x_1 = 1$
 $x_3 = -1$
 $x_4 = 2$
 $0 = 1$ Imposible

Este sistema no tiene soluciones

El conjunto de soluciones de este sistema es: $S = \emptyset$

Ejemplo 1

Encuentra todas las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones.

$$\begin{aligned} & 3x_2 - 4x_4 = -1 \\ \text{a)} \quad & x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{a)} \quad \begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 0 & 3 & 0 & -4 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{array} \begin{array}{l} R_2 - R_3 \\ R_1 \leftrightarrow R_3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & -4 & -1 \end{array} \xrightarrow{\frac{1}{2}R_2} \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 3 & 0 & -4 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 3 & -\frac{11}{2} & -\frac{5}{2} \end{array} \xrightarrow{R_3 - 3R_2} \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 3 & -\frac{11}{2} & -\frac{5}{2} \end{array} \xrightarrow{\frac{1}{3}R_3} \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{6} & -\frac{5}{6} \end{array} \xrightarrow{R_2 + R_3} \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{8}{6} & -\frac{5}{6} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{6} & -\frac{5}{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{8}{6} & -\frac{5}{6} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{6} & -\frac{5}{6} \end{array}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x_4$$

$$x_2 = -\frac{2}{6} + \frac{8}{6}x_4$$

$$x_3 = -\frac{5}{6} + \frac{11}{6}x_4$$

x_4 queda libre
 $\leftarrow t$

Conjunto de soluciones

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t \\ -\frac{1}{3} + \frac{4}{3}t \\ -\frac{5}{6} + \frac{11}{6}t \\ t \end{array} \right\} \mid t \in \mathbb{R}$$

Ejemplo 2

Encuentra todas las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones.

$$\begin{aligned} & 3x_2 - 4x_4 = -1 \\ & x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ & 5x_1 + 5x_2 - 5x_3 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \\ \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 3 & 0 & -4 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 5 & 5 & -5 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_4 - 5R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 3 & 0 & -4 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4 \end{array} \right) \end{array}$$

$0+0+0=4$

¡Imposible!

Sin soluciones

Conjunto de Soluciones

$$S = \emptyset$$

- + Imágenes creadas con Bitmoji.
- + Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World
- + Recuerda visitar:
 - * mi canal Arilin's Math y
 - * mi grupo de Facebook Arilin's Math World.

