Lista de Ejercicios: $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$ como Espacios Vectoriales.

Unidad 6. Álgebra Súperior 1

Profesores: Arilín Haro y Luis Jorge Sánchez Saldaña.
Selección de ejercicios hecha por Brenda Navarro.

A continuación encontrarán una lista de ejercicios sugeridos para que practiquen el contenido de esta unidad. Como verán, están separados por temas para que los vayan resolviendo de acuerdo al avance con las notas y los vídeos.

$\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$ como Espacios Vectoriales

Ejercicio 1. *Da tres bases para* $\mathbb{R}^3$.

Ejercicio 2. *Sean* $\overline{s}_1 = (1, -1, 1)$, $\overline{s}_2 = (-1, 4, 2)$ *y* $\overline{s}_3 = (3, 0, -2)$ *vectores en* $\mathbb{R}^3$. *Calcula:*

$$i)\ \overline{s}_1 + \overline{s}_2, \quad ii)\ \overline{s}_2 - \overline{s}_3, \quad iii)\ \frac{1}{2}\overline{s}_2, \quad iv)\ \overline{s}_3 - 2 \cdot \overline{s}_1, \quad v)\ 2 \cdot \overline{s}_2 + 3 \cdot \overline{s}_3$$

$$vi)\ \alpha \cdot \overline{s}_1 + \beta \cdot \overline{s}_2 + \gamma \cdot \overline{s}_3 \ \textit{con}\ \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$$

Ejercicio 3. *Sea* $S \neq \{\overline{0}\}$ *un subespacio de* $\mathbb{R}^2$. *Para cada* $r \in \mathbb{R}$ *definimos:*

$$r \cdot S = \{r \cdot s \mid s \in S\}.$$

Demuestra que $S = r \cdot S$ *si y sólo si* $r \neq 0$.

Ejercicio 4. *En cada uno de los siguientes incisos diga si* S *es un subespacio de* $\mathbb{R}^2$ *ó* $\mathbb{R}^3$ *según sea el caso. En caso afirmativo demuéstralo y si no es subespacio diga porqué.*

i) $S = \{(a, b, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\ y\ a + b = 0\}$.

ii) $S = \{(a, b, 1) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$.

iii) $S = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\ y\ a + b = 1\}$.

iv) $S = \{(a, b, c) \mid a, b, c \in \mathbb{R}\ y\ 3a - 2b + 2c = 0\}$.

Ejercicio 5. *Determina si el conjunto de vectores dado es linealmente dependiente o independiente. Si el conjunto es linealmente dependiente encuentre una relación de dependencia. Justifica su respuesta.*

i) $\{(9, -8), (-11, -3)\} \subseteq \mathbb{R}^2$.

ii) $\{(-6, 1), (-12, -2)\} \subseteq \mathbb{R}^2$.

iii) $\{(0,-2),(1,2),(2,1)\} \subseteq \mathbb{R}^2$.

iv) $\{(1,0,0),(0,1,1)\} \subseteq \mathbb{R}^3$.

v) $\{(3,1,1),(-1,2,-3),(8,5,0)\} \subseteq \mathbb{R}^3$.