Cimientos Matemáticos

Módulo 5: Ecuaciones y problemas

Erick Paulí Pérez Contreras

Transcripción a LaTeX: Carlos Bello Cortés
Supervisión transcripción: Leonardo Ignacio Martínez Sandoval

Trabajo realizado con el apoyo del Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE109323 «Hacia una modalidad a distancia de la Licenciatura en Matemáticas de la FC-UNAM - Etapa 3»

1. *MÓDULO 5: ECUACIONES Y PROBLEMAS*

1.1. *Problemas que dan lugar a ecuaciones*

Ejemplo 1.

María y Juan coleccionan estampas. María tiene tres estampas más que Juan y entre los dos reúnen un total de 47 estampas. ¿Cuántas estampas tiene cada quien?

Solución. Llamemos x al número de estampas que tiene Juan.

Maria $(x + 3)$ $\quad + \quad$ Juan $(x) = 47$. Entonces realizando la suma nos queda: $2x + 3 = 47$.

Tenemos la ecuación $2x + 3 = 47$.

Para resolverla usaremos las propiedades del despeje vistas en la sección 4.7.

Pasamos el 3 restando y queda: $2x = 47 - 3 \implies 2x = 44$

Ahora pasamos el 2 dividiendo: $x = 44/2 \implies x = 22$

Este es el número de estampas de Juan. Por lo tanto Juan tiene 22 estampas y María tiene 25 estampas.

Ejemplo 2.

Se van a repartir 53 chocolates en tres grupos de alumnos. Al segundo grupo le toca el doble de chocolates que al primer grupo. Al tercer grupo le tocan cinco chocolates más que al primer grupo. ¿Cuántos chocolates le tocan a cada grupo?

Solución. Conviene llamar x al número de chocolates del primer grupo.
Primer grupo (x) + Segundo Grupo + $(2x)$ + tercer grupo $(x + 5) = 53$.

Tenemos la ecuación: $x + 2x + x + 5 = 53$.

Reduciendo términos semejantes: $4x + 5 = 53$.

Pasamos el 5 para el otro lado: $4x = 53 - 5$.

Resolviendo la operación: $4x = 48$.
Pasamos el 4 dividiendo: $x = 48/4$
Resolviendo la operación: $x = 12$
La respuesta al problema es: Al primer grupo le tocan 12 chocolates, al segundo grupo le tocan 24 y al tercero le tocan 17.

Ejemplo 3.

Hay un total de 40 piedras repartidas en dos montones. El primer montón tiene cuatro veces el número de piedras que hay en el segundo montón. ¿Cuántas piedras hay en cada montón?

*Solución.*Llamemos x al número de piedras que hay en el segundo montón.
Primer monton $(4x)$ + Segundo monton $(x) = 40$.
Tenemos entonces la ecuación $4x + x = 40$.

Reduciendo términos semejantes tenemos $5x = 40$.

Para despejar x pasamos el 5 dividiendo al segundo miembro y nos queda:

$$x = 8$$

Por lo tanto el segundo montón tiene 8 piedras y el primero tiene $4(8) = 32$ piedras.

1.2. *Solución de ecuaciones de primer grado*

Ejemplo 4.

Hemos visto que para resolver ecuaciones conviene invertir las operaciones que aparecen en ella. **Por ejemplo**:

- Para resolver $x + 3 = 10$, debemos restar $10 - 3$. Por lo que $x = 7$.
- Para resolver $3x = 15$, debemos dividir $15/3$. Por lo que $x = 5$. Hay ecuaciones que involucran más de una operación, por ejemplo:
- Resolver $3x + 4 = 19$. Para resolverla debemos primero restar $19 - 4$ y el resultado dividirlo entre 3, por lo que $x = 5$.

Definición.

Siempre que resuelvas una ecuación, conviene que compruebes que el valor obtenido realmente *satisface* la igualdad propuesta, es decir, que al sustituirlo, obtienes una *identidad*. Por ejemplo en la ecuación anterior se verifica que: $3(5) + 4 = 199 \implies 15 + 4 = 19 \implies 19 = 19$

Para resolver ecuaciones conviene tener en mente las siguientes.

Definición.

Propiedades de la igualdad.

1. *Aditividad.* Si $a = c$ y b es cualquier número, entonces $a + b = c + b$

   Esta propiedad nos dice que es posible sumar el mismo número a ambos lados de una igualdad, obteniendo así otra igualdad.

2. *Multiplicidad.* Si $a = c$ y b es cualquier número, entonces $ab = cb$.

   Esta propiedad nos dice que es posible multiplicar ambos lados de la igualdad por un mismo número.

3. *Simetria.* Si $a = c$ entonces $c = a$.
   Esta propiedad nos dice que podemos invertir el orden de los lados de una igualdad.

Ejemplo 5.

Resolver la ecuación $-2 + x = 2$.

Solución. Vamos a utilizar la propiedad aditiva.

- $-2 + x = 2$. Ecuación dada.
- $-2 + x + 2 = 2 + 2$. Se sumó 2 a ambos lados de la igualdad.
- $x = 4$. Se resolvieron las operaciones en ambos lados.

  Por lo tanto la solución es $x = 4$. Para comprobar, sustituimos este valor en la ecuación original:
  Resolviendo las operaciones:

- $-2 + 4 = 2$.
- $2 = 2$.

Ejemplo 6.

Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba las soluciones.

- $x + 35 = 12$.

  $x + 35 + (-35) = 12 + (-12) \implies$ Se sumó 35 a ambos lados de la igualdad.

  $x = -23 \implies$ Resolviendo operaciones.

- $x - 1 = 6$.

  $x - 1 + 1 = 6 + 1 \implies$ Se sumó 1 a ambos lados de la igualdad.

  $x = 7 \implies$ Resolviendo operaciones.

- $-y + 5 = 9$.

  $-y + 5 + (-5) = 9 + (-5) \implies$ Se sumó -5 a ambos lados de la igualdad.

  $-y = 4 \implies$ Resolviendo operaciones.

  $-y + y = 4 + y \implies$ Se sumó y a ambos lados de la igualdad.

  $0 = 4 + y \implies$ Se redujeron términos semejantes.

  $0 + (-4) = 4 + y + (-4) \implies$ Se sumó (-4) a ambos lados de la igualdad.

  $-4 = y \implies$ Resolviendo operaciones.

  $y = -4 \implies$ Usando la propiedad simétrica de la igualdad.

Ejemplo 7.

Veamos ahora ejemplos de cómo se usa la propiedad multiplicativa.

- $4x = 8$ Ecuación dada.
  $1/4(4x) = 1/4(8)$ Se multiplicó ambos lados de la igualdad por $1/4$.
  $1x = 2$ Resolviendo las operaciones.
  $x = 2$ Simplificando.
  Comprobación: $4(2) = 8 \implies 8 = 8$.

- $3x = 12 \implies 1/3(3x) = 1/3(12) \implies$ Se multiplicó ambos lados de la igualdad por $1/3$.
  $x = 4 \implies$ Resolviendo las operaciones y simplificando.

  Comprobación: $3(4) = 12 \implies 12 = 12$

- $2x - 7 = 15$ Ecuación dada.
  $2x - 7 + 7 = 15 + 7 \implies$ Se sumó 7 a ambos lados de la igualdad.
  $2x = 22 \implies$ Se resolvieron las operaciones.
  $1/2(2x) = 1/2(22) \implies$ Se multiplicó por ambos lados de la igualdad por $1/2$.
  $x = 11$.

  Comprobación: $2(11) - 7 = 15 \implies 22 - 7 = 15 \implies 15 = 15$.

Ejercicio 1.

Resolver y comprobar las ecuaciones usando propiedades de la igualdad.

1. $5 - 2x = 9$.
2. $-3x - 1 = 89$.
3. $\frac{1}{4}x = 2$.
4. $\frac{2}{3}x = 4$.

1.3. *Ecuaciones con la variable en ambos lados de la igualdad*

Vamos a ver ahora algunos ejemplos de ecuaciones en las que la *variable* o *incógnita* aparece en ambos lados de la igualdad. Este tipo de ecuaciones podría considerarse difícil, sin embargo usaremos las propiedades de la igualdad para transformarlas en un tipo de ecuación *fácil*. La técnica es usar la *propiedad aditiva* con el fin de *cancelar* uno de los términos que contiene a la variable, y obtener una ecuación en la que la variable aparezca sólo de un lado.

Ejemplo 8.

Resolver y comprobar las siguientes ecuaciones.

- $3x + 4 = 5x + 6$.
  $3x + 4 + (-5x) = 5x + 6 + (-5x) \implies$ Se sumó $-5x$ a ambos lados.
  $-2x + 4 = 6 \implies$ Resolviendo operaciones.
  $-2x + 4 + (-4) = 6 + (-4) \implies$ Se sumó -4 a ambos lados.
  $-2x = 2 \implies$ Resolviendo operaciones.
  $(-2x) = (2) \implies$ Se multiplicó ambos lados por $-1/2$.
  $x = -1 \implies$ Se resolvieron operaciones.

  comprobación: $3(-1) + 4 = 5(-1) + 6 \implies -3 + 4 = -5 + 6 \implies 1 = 1$.

- $-x + 1 = -3x + 9$.
  $-x + 1 + 3x = -3x + 9 + 3x \implies$ Se sumó $3x$ en ambos lados.
  $2x + 1 = 9 \implies$ Se resolvieron operaciones.
  $2x + 1 + (-1) = 9 + (-1) \implies$ Se sumó -1 en ambos lados.
  $2x = 8 \implies$ Se resolvieron operaciones.
  $1/2(2x) = 1/2(8) \implies$ Se multiplicó por $1/2$ en ambos lados.
  $x = 4 \implies$ Se resolvieron operaciones.

  Comprobación: $-4 + 1 = -3(4) + 9 \implies -3 = -12 + 9 \implies -3 = -3$.

Ejercicio 2.

Resuelve y comprueba las siguientes ecuaciones. Escribe en cada caso qué es lo que vas haciendo en cada paso.

1. $5 + x = 3x + 1$.
2. $20x + 4 = -x + 17$.

Ejercicio 3.

Resuelve y comprueba las siguientes ecuaciones.

1. $4z + 8 = 24$.
2. $\frac{x}{3} + 3 = 9$.
3. $4a - 7 = -6a - 57$.
4. $4y - 2y - 6 = y + 12$.
5. $4x + 6 = 3x - 2x$.
6. $-7c + 5 = -c - 45$.
7. $10x + 7x + 1 - 9 = -4 + x + 12$.
8. $\frac{5x-15}{2} = x$.
9. $7x - 2x - 5 = x + 7$.
10. $-3x - x - 4 = -x - 1$.

Ejercicio 4.

Plantea una ecuación para cada uno de los siguientes problemas y resuélvelos.

1. Luis tiene 4 estampas más que el doble de las que tiene César. Entre los dos tienen 34 estampas. ¿Cuántas estampas tiene Luis y cuántas tiene Cesar?

2. El perímetro de un triángulo isósceles es de 32 cm. Los lados iguales miden cada uno una unidad más de lo que mide la base. ¿Cuánto mide la base y cada uno de los otros dos lados?

3. La edad de Jorge es 3 años mayor que la edad de Ramón. Si ambas edades suman 77 años. ¿Cuántos años tiene cada quién?

4. Montse compró 2 pizzas y 3 sodas y gastó en total \$187.50. ¿Cuánto costó cada pizza y cada soda si Montse sabe que el precio de una pizza es el de 6 sodas?

1.4. *Ecuaciones con paréntesis*

Definición.

Vamos a ver una propiedad fundamental de los números que en realidad entendemos desde que somos pequeños:

Propiedad distributiva:
Esta propiedad la usamos por ejemplo cuando queremos multiplicar 23×12.

Podemos multiplicar primero 23×10, luego 23×2 y finalmente sumar los resultados obtenidos.

En general, la multiplicación de un número a por la suma de dos números $b + c$ equivale a la suma de la multiplicación de a por b más la multiplicación de a por c. En símbolos:

$$a(b + c) = ab + ac.$$

Recordemos que cuando decimos "*la suma*" estamos incluyendo también a la resta, pensando a esta última como la suma de un número con el negativo de otro número, de modo que la expresión anterior es también válida cuando en lugar del signo $+$ aparece un signo $-$. Al resolver ecuaciones con paréntesis podemos hacer uso de esta propiedad para primero resolver la multiplicación indicada por los paréntesis y después resolver como ya hemos aprendido.

Ejemplo 9.

Resuélvase la ecuación $3(x + 2) - 5 = 7$.

Solución: $3(x + 2) - 5 = 7 \implies$ Ecuación dada.
$3x + 6 - 5 = 7 \implies$ Aplicando la propiedad distributiva.
$3x + 1 = 7 \implies$ Reduciendo términos semejantes.
$3x + 1 + (-1) = 7 + (-1) \implies$ Se sumó -1 a ambos lados de la igualdad.
$3x = 6 \implies$ Efectuando las operaciones.
$x = 2 \implies$ Dividiendo entre 3 ambos lados de la igualdad.

Como ejercicio puedes comprobar que la solución es correcta, sustituyendo el 2 en la ecuación dada y efectuando las operaciones.

Ejercicio 5.

Resolver y comprobar la ecuación $2(x + 1) - 3(x + 2) = 4(x + 4)$.

Ejemplo 10.

Tengo \$6.20 en monedas de 5, 20 y 50 centavos. En total tengo 19 monedas y dos de ellas son de 5 centavos. ¿Cuántas monedas hay de cada denominación?

Solución: Tenemos 17 monedas de valor desconocido (pues dos monedas son de 5 centavos). Sea x el número de monedas de 20 centavos. Entonces el número de monedas de 50 centavos será $17 - x$. Así que podemos escribir:

$$2(0.05) + x(0.20) + (17 - x)(0.50) = 6.20.$$

O lo que es lo mismo:

$$0.1 + 0.2x + 8.5 - 0.5x = 6.20.$$

Ejemplo 10Cont.

Reduciendo términos semejantes, nos queda:

$$-0.3x + 8.6 = 6.20.$$

Transponiendo términos, tenemos:

$$-0.3x = 6.20 - 8.60.$$

$$-0.3x = -2.40.$$

$$x = 8.$$

Lo que significa que hay 8 monedas de 20 centavos, $17 - 8 = 9$ monedas de 50 centavos y 2 de 5 centavos. Lo cual es cierto ya que:

$$2(0.05) + 8(0.20) + 9(0.50) = 6.20.$$

1.5. *Ecuaciones con fracciones*

Definición.

Cuando una ecuación contiene fracciones, lo más conveniente es aplicar la propiedad *multiplicativa* de la igualdad: En cualquier ecuación se pueden multiplicar ambos lados de la igualdad por un mismo número diferente de cero sin alterar la ecuación.

Ejemplo 11.

Resolver la ecuación $\frac{1}{2}x + 4 = \frac{3}{4}$. *Solución:*Si multiplicamos por 4 ambos lados de la igualdad, obtendremos:

$$4\left(\frac{1}{2}x + 4\right) = 4\left(\frac{3}{4}\right)$$

Al aplicar la propiedad distributiva, nos queda:

$$4\left(\frac{1}{2}x\right) + 4(4) = 4\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\frac{4}{2}x + 16\frac{12}{4}$$

$$\implies 2x + 16 = 3$$

Observa cómo nos ha quedado una ecuación sin fracciones. Resolviéndola:

Ejemplo 11cont.

$$2x = 3 - 16 \implies 2x = -13 \implies x = \frac{-13}{2}$$

Como ejercicio puedes comprobar la solución sustituyendo esta fracción en la ecuación original y hacer las operaciones de suma y multiplicación de fracciones como las estudiamos en el capítulo 3.

En general, cuando en una ecuación aparezcan fracciones, lo que conviene hacer es multiplicar ambos lados de la igualdad por el mínimo común múltiplo de los denominadores que aparezcan.

Ejercicio 6.

Resolver y comprobar la ecuación $\frac{3}{8}x + 4 = -\frac{1}{2}$

1.6. *Sistemas de dos ecuaciones*

Ejemplo 12.

Diana compró 5 cuadernos y 4 plumones y gastó en total 630 pesos. Si cada cuaderno costó lo doble de cada plumón, ¿cuál es el precio de cada artículo?

Solución: Llamemos x al precio de un plumón. Como cada cuaderno cuesta lo doble de cada plumón, podemos decir que el precio de un cuaderno es $2x$. Entonces tenemos que:

$$5 \text{ cuadernos} + 4 \text{ plumones} = \$630$$

$$5(2x) + 4(x) = 630.$$

$$10x + 4x = 630.$$

$$14x = 630.$$

$$x = 630/14 = 315/7.$$

$$x = 45.$$

En conclusión cada plumón cuesta \$45, y cada cuaderno cuesta \$90.
Comprobación:

$$5 \text{ cuadernos} + 4 \text{ plumones} = 630.$$

$$5(90) + 4(45) = 630 \implies 450 + 180 = 630 \implies 630 = 630.$$

Ejemplo 13.

Greta compró 4 libros de Aritmética y 5 de Álgebra y gastó en total \$1004. Si cada libro de álgebra costó \$100 más que cada libro de Aritmética, ¿cuál es el costo de cada libro?

Solución: Llamemos x al costo de un libro de aritmética. De acuerdo a los datos, tenemos la ecuación:

$$4x + 5x + 500 = 1004.$$

Reduciendo los términos semejantes:

$$9x + 500 = 1004.$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos que:

$$x = 56.$$

Por lo tanto cada libro de aritmética cuesta 56 pesos y cada libro de álgebra cuesta 156 pesos. Como ejercicio puedes verificar que con estos datos si se satisfacen las dos condiciones del problema: que el total de 4 de aritmética más 5 de álgebra es 1004 pesos y que cada libro de álgebra cuesta 100 pesos más que cada libro de aritmética.

1.7. *Ecuaciones con dos variables*

Supongamos que queremos encontrar dos números cuya suma sea 5. Esto puede escribirse algebraicamente mediante la ecuación:

$$x + y = 5$$

Esta es una ecuación con dos variables. Una solución de una ecuación con dos variables es cualquier par de números x, y que satisfaga la ecuación. Algunas soluciones en este ejemplo son:

- $x = 2, y = 3$
- $x = 6, y = -1$
- $x = 1/2, y = 9/2$
- $x = 3, y = 2$
- $x = -3, y = 8$
- $x = 3/4, y = 17/4$
- $x = 1, y = 4$
- $x = 100, y = -95$
- $x = -4 - 73, y = 9.73$
- $x = 5, y = 0$
- $x = 0, y = 5$
- $x = 10, y = -5$

Todas estas parejas de números cumplen $x+y = 5$. Esos pares de números satisfacen a la ecuación, porque suman 5.

Agreguemos una condición extra a nuestro problema: Encontrar dos números que sumen 5 pero que además el primero más el doble del segundo sea igual a 8. La segunda condición puede escribirse como:

$$2x + 7 = 8$$

De todos pares de números x, y que escribimos arriba, hay sólo uno que satisface también la segunda condición. Ese par ordenado es la solución del sistema de ecuaciones

$$x + y = 52x + y = 8$$

La solución será aquel par de números que satisfaga simultáneamente la primera y la segunda ecuación. ¿Cuáles son esos números? Compruébalo:

En seguida comentaremos brevemente algunos métodos para resolver este tipo de sistemas de ecuaciones y encontrar los valores de las incógnitas.

Definición.

Por sustitución. Despejamos una de las variables en cualquiera de las dos ecuaciones, y sustituimos en la otra, obteniendo así una sola ecuación con una sola variable, la cual ya sabemos resolver.

Ejemplo 14.

Resolvamos el sistema:
$x + y = 5$ I
$2x + y = 8$ II

Solución. En este caso despejaremos y en II.

$y = 8 - 2x$ Despejando y en II
$x + (8 - 2x) = 5$ Sustituyendo y en I
$x = 3$ Despejando x.
$y = 8 - 2(3)$ Sustituyendo x en el primer despeje que hicimos.
$y = 2$ Valor de y.

Definición.

Por suma - Resta. Dos igualdades se pueden sumar resultando otra igualdad. Aquí lo que se pretende es cancelar una de las dos variables, y para tal efecto, antes de sumar nuestras ecuaciones habrá que modificarlas de manera que los coeficientes de la variable que deseamos eliminar queden iguales pero con signos contrarios.

Ejemplo 15.

Resolveremos el mismo sistema que hemos tomado de ejemplo anteriormente. Sumamos las ecuaciones pero I se multiplicará por -2, para poder cancelar a x.
$-2x - 2y = -10$.
$2x + y = 8$.
Sumamos las dos ecuaciones nos queda de la siguiente forma: $-2x + 2x = 0$, $-2y + y = -y$, $-10 + 8 = -2$.
Entonces tenemos $-y = -2$, multiplicando por -1 a la ecuación, tenemos que $y = 2$.
Una vez encontrada y encontramos x empleando cualquiera de las dos ecuaciones originales, y despejando.

Ejercicio 7.

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones y comprobar las soluciones.

1.
$$\begin{aligned} x + y &= 5 \\ 2x - y &= 1 \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 2 \\ x - y &= 9 \end{aligned}$$

Ejercicio 8.

Resuelve los problemas dados a continuación, planteando un sistema de ecuaciones lineales.

1. En una función de teatro, los boletos de adulto se vendieron a \$30 y los de niño a \$25. Si se vendieron 100 boletos mas de niño que de adulto y en total se recaudaron \$4700. ¿Cuántos boletos de niño y cuántos de adulto se vendieron?

2. A un baile asistieron 27 personas. Si los boletos de caballero costaban \$100 y los de dama \$80 y se recaudaron \$2480 por todas las entradas, ¿cuántas mujeres y cuántos hombres asistieron al baile?

1.8. *Sistema de tres ecuaciones*

Definición.

En un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas se buscan tres números, x, y, z, que satisfagan simultáneamente tres ecuaciones. Comentaremos brevemente una manera de hallar la solución de un sistema de tres ecuaciones por el método de sustitución.

Resolvamos el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 3x + 2y + z &= 1 \\ 5x + 3y + 4z &= 2 \\ x + y - z &= 1 \end{aligned}$$

Para aplicar el método de sustitución, debemos elegir una ecuación y una variable para despejar. Como nos conviene que el despeje sea sencillo, elegimos la tercera ecuación, que es la que tiene el coeficiente más pequeño en la variable x.

$$x + y - z = 1 \implies x = -y + z + 1$$

Utilizamos este despeje para sustituirlo en las otras 2 ecuaciones.
(1) $3x + 2y + z = 1$ sustituimos a x.
$3(-y + z + 1) + 2y + z = 1$ Multiplicamos 3 por todo lo que esta entre paréntesis.
$-3y + 3z + 3 + 2y + z = 1 \implies -y + 4z = -2$
(2) $5x + 3y + 4z = 2$ sustituimos a x.

$5(-y+z+1)+3y+4z=2$ Multiplicamos todo dentro del parentesis por 5.
$-5y+5z+5+3y+4z=2$
$-2y+9z=-3$
De lo que resulta un nuevo sistema de ecuaciones de 2x2

$$\begin{aligned}-y+4z&=-2\\-2y+9z&=-3\end{aligned}$$

Aquí tenemos que aplicar nuevamente el método de sustitución, es decir, elegir una ecuación y una variable para despejar. La más sencilla en este caso es la primera con la variable y.
$-y+4z=-2 \implies y=2+4z$
Con este despeje sustituyo en la otra ecuación
$-2y+9z=-3 \implies -2(4z+2)+9z=-3 \implies -8z-4+9z=-3 \implies z=1$

Como ya tenemos que $z=1$, utilizamos el último despeje que se uso para encontrar y
$y=4z+2 \implies y=4(1)+2=6$

Ahora tomamos el primer despeje que se uso, el de la variable que nos falta, en este caso x
$x=1-y+z \implies x=1-6+1=-4$

Hagamos ahora la comprobación para ver que estos valores sean correctos, sustituimos los valores en la ultima ecuación.
$x+y-z=1 \implies -4+6-1=1 \implies 1=1.$

Ejercicio 9.

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones y comprobar la solución.

$$\begin{aligned}2x+3y-4z&=1\\3x-y-2z&=4\\4x-7y-6z&=-7\end{aligned}$$

1.9. *Ejercicios y problemas*

1. Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba las soluciones.

   a) $2x-7=-8+x$
   b) $3x-9=x-11$
   c) $5x=4(x+17)$
   d) $3(16x+4)=3(34+x)$
   e) $9x+2(3x-4)=37$
   f) $4(3x-2)=2(3x-5)+20$
   g) $2(4x+7)-3(x+2)=18$
   h) $2(x+1)-3(x+2)=4(x+4)$
   i) $\frac{2}{5}(x-1)+\frac{8}{5}(x+2)=3x-\frac{1}{5}$
   j) $\frac{x-4}{3}+\frac{x-5}{4}=\frac{6x-30}{24}$
   k) $\frac{3}{4}x+5=-\frac{1}{4}x$
   l) $\frac{3x}{4}-\frac{1}{5}+2x=\frac{5}{4}-\frac{3x}{20}$

2. Resuelve los siguientes problemas planteando una ecuación.

   a) Si al triple de un número se le resta 7, se obtiene 17. ¿Cuál es ese número?
   b) Si al triple de un número se le suman 9, se obtiene 60 como resultado. ¿cuál es el número?
   c) Para cercar un terreno se utilizaron 5 carretes de alambre y un trozo de 60 m. Si en total se usaron 460 m de alambre, ¿de cuántos metros consta cada carrete?
   d) Hay un total de 48 canicas. Una parte de ellas es de Pedro. Pablo tiene 3 veces la cantidad que tiene Pedro. ¿Cuántas canicas posee cada uno?
   e) Hay 340 chocolates que se van a repartir entre tres alumnos como premio en una competencia. Al primer lugar le darán el doble que al tercero; al segundo lugar le darán 20 más que al tercero. ¿cuántos chocolates recibe cada estudiante?
   f) Se van a repartir $120 entre dos hermanos pero al mayor le van a dar el doble que al menor. ¿Cuánto le va a tocar a cada uno?

g) Hay 900 libros repartidos en tres estantes de diferentes tamaños A, B, y C. Al estante A, le cabe el triple que a C. Al estante B, le cabe el doble de libros que a C. ¿Cuántos libros van en cada estante?

h) Marcela tiene 30 años y su hija tiene 6, ¿Dentro de cuántos años la edad de Marcela será el doble de la de su hija?.

i) Memo tiene 3 veces más dinero que Roberto. Si le diera $20.00 a Roberto entonces tendría solamente el doble. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

j) La suma de tres números consecutivos es 45. ¿cuáles son los números?

k) Un artículo se vende en $348, ya incluido el IVA (16 %). ¿Cuál es el costo del artículo sin IVA?

l) En una ciudad se instalaron menos de 1 045 postes de luz, con focos de tipos A, B y C; y la potencia de cada tipo es 80, 100 y 120 wats respectivamente. Del tipo B hay 10 focos más que de tipo A. Del tipo C hay instalados el triple de focos que del tipo B. ¿Cuál es el mayor número de focos de cada tipo instalados en la ciudad?

m) Hay un número que sumado con su cuádruple, da 95. ¿Cuál será ese número?

n) Rubén tiene cierta cantidad de dinero. El día de su cumpleaños su madre le regaló 40 pesos. Después su padre le dio el doble de lo que ya tenía. Por la tarde, Rubén invitó a sus amigos y se gastó el 40 % de lo que había reunido. Al final le sobraron 78 pesos. ¿Cuánto dinero tenía Rubén al principio?.

ñ) La siguiente balanza está en equilibrio. ¿Cuánto pesa cada objeto x?

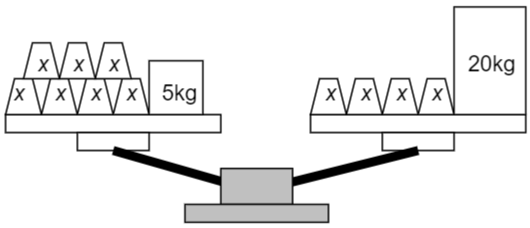

Figura 1: Balanza de problema ñ

o) Encontrar el valor de k.

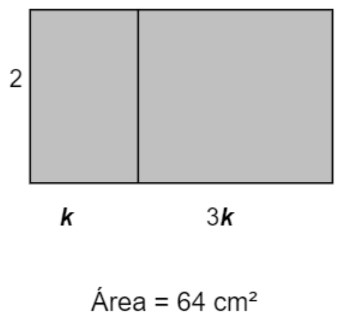

Figura 2: Dibujo de o

p) Encontrar el valor de k.

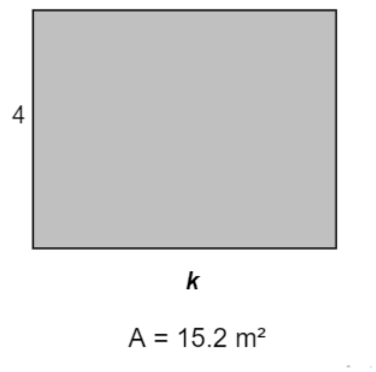

Figura 3: Dibujo de p

$q)$ Encontrar el valor de x.

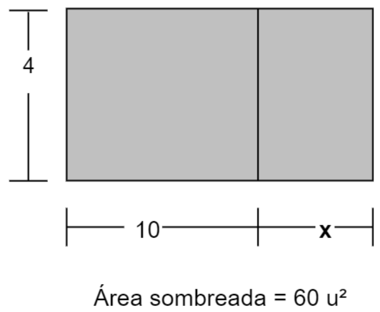

Figura 4: dibujo de inciso q.

$r)$ encontrar el valor de x.

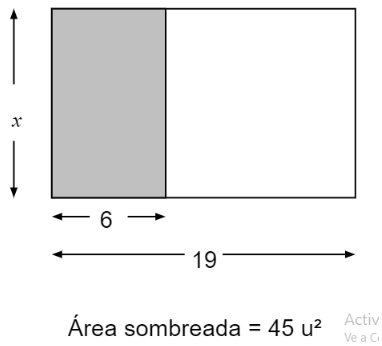

Figura 5: Dibujo de inciso r.

$s)$ Determina el perímetro del rectángulo sombreado, si sabemos que el área de la superficie sombreada es de $80cm^2$.

$t)$ Encontrar tres números consecutivos tales que al sumar el primero más el doble del segundo más el triple del tercero se obtenga como resultado 86.

$u)$ Pedro tiene 45 años y su hijo tiene 7. ¿En cuántos años la edad de Pedro será el triple de la edad de su hijo? ¿En cuánto tiempo será el doble?

$v)$ En una tlapalería me venden la lata de pintura \$31 más barata que en otra, de tal manera que con la misma cantidad de dinero, en la primera puedo comprar cinco latas

3. Señala la respuesta correcta, subrayando el inciso correspondiente.

$a)$ Una solución de la ecuación $2x - 3y - 12 = 0$ es:
$a) x = 2, y = 9$ $b) x = -2, y = -9$ $c) x = 9, y = 2$ $d) x = -9, y = -2$

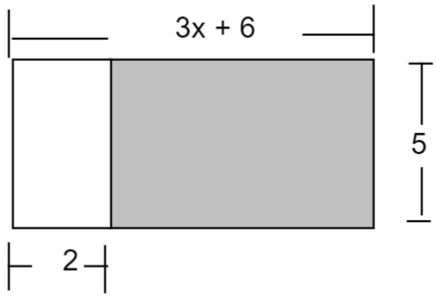

Figura 6: Dibujo de inciso t.

b) Una de las soluciones de la ecuación $3x + 5y = 4$ es:
$a)(1, 1)$ $b)(5, 2)$ $c)(8, -4)$ $d)(-4, 8)$

c) Una solución de la ecuación $2a - 3b = 10$ es:
$a)a = -2$ $b = 2b)a = 2, b = -2$ $c)a = 2, b = 2$ $d)a = -2, b = -2$

d) La solución del sistema de ecuaciones es:

$$\begin{aligned} x + y &= 13 \\ x - y &= 3 \end{aligned}$$

a) $x = 8, y = 5$ $b)x = 7, y = 6$ $c)x = 9, y = 6$ $d)x = 10, y = 3$

e) La solución del sistema de ecuaciones es:

$$\begin{aligned} 3x + 2y - 6 &= 0 \\ x - 2y - 10 &= 0 \end{aligned}$$

a) $(0, 3)$ $b)(2, 0)$ $c)(4, -3)$ $d)(12, 1)$

f) El conjunto solución del sistema de ecuaciones es:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 5 \\ x + 3y &= 4 \end{aligned}$$

$a)x = 4, y = 0$ $b)x = 1, y = 1$ $c)x = 0, y = 5/2$ $d)x = 1, y = 0$

g) Es la solución del sistema

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 7 \\ 3x - 2y &= 4 \end{aligned}$$

$a)x = 7/2, y = 0$ $b)x = 1, y = 4$ $c)x = 1, y = 5/3$ $d)x = 2, y = 1$

h) La solución del sistema de ecuaciones es:

$$\begin{aligned} 2x - y &= 4 \\ x + 2y &= -8 \end{aligned}$$

$a)(0, -4)$ $b)(13/5, 6/5)$ $c)(0, 5/2)$ $d)(13/5, -4)$

i) Es el par ordenado de la solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 4x + 5y &= 12 \\ 3x + 2y &= 6 \end{aligned}$$

a) $(6/7, 12/7)$ $b)(0, 12/7)$ $c)(0, 3)$ $d)(6/7, 3)$

j) La solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x - 3y - 2z &= 2 \\ 2x - 3y + 3z &= 11 \\ 3x + 2y + 2z &= 14 \end{aligned}$$

$a)x = 1, y = 2, z = 4$ $\quad b)x = 4, y = 0, z = 1$ $\quad c)x = 3, y = 2, z = 0$ $\quad d)x = -4, y = 1, z = -2$

4. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones.

a)

$$\begin{aligned} x - 3y &= 1 \\ x - 2y &= 0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 3x - 5y &= 5 \\ 7x + y &= 75 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} x + 5y &= 12 \\ 2x + 10y &= 24 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} x - 4y &= 6 \\ 2x - 8y &= -8 \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} -x + 5y &= -18 \\ 3x - y &= 12 \end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned} 4x - 7y &= -1 \\ 3x + y &= 2 \end{aligned}$$

g)

$$\begin{aligned} x + y &= 6 \\ 3x + y &= 10 \end{aligned}$$

h)

$$\begin{aligned} x + 6y &= 27 \\ 7x - 3y &= 9 \end{aligned}$$

i)

$$\begin{aligned} x + y &= 3 \\ -x + y &= 1 \end{aligned}$$

j)

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 4 \\ x + y &= 3 \end{aligned}$$