Subconjuntos de
el plano y el espacio cartesiano

Arilin's Math World

En estas notas más que ver algo nuevo haremos ejercicios para repasar lo ya visto en conjuntos, el plano y espacio cartesianos.

Ejercicio 1

Considera los conjuntos

$A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid xy<0\}$

$B=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y^2>4\}$.

Ubicar los siguientes lugares geométricos y describirlos en notación de conjuntos.

a) A

b) B

c) $A\cup B$

d) $A\cap B$

e) $\bar{A}$

f) $\bar{B}$

g) $B-A$

h) $A-B$

i) $\overline{\bar{A}\cap B}$

j) $B-\bar{B}$

Ejercicio 2

Dibuje las gráficas de los siguientes subconjuntos del plano

a) $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x+y>0\}$

b) $B=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2<1\}$

c) $C=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 2y+6-x=0 \text{ y } x=2\}$

Ejercicio 3

Considere y grafique los siguientes conjuntos

$A=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid |x|<3\}$

$B=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid y>0\}$

$C=\{(x,y,z)\in\mathbb{R} \mid z<2\}$

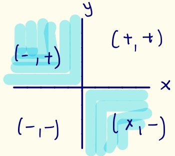
$D=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid |x|<1, |y|<2 \text{ y } |z|<3\}$

Soluciones

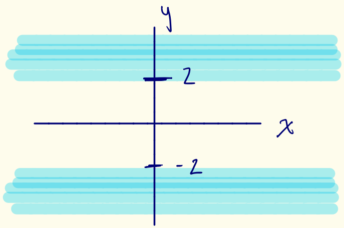
① a) Para que $xy<0$ es necesario que x y y tengan signos diferentes, esto pasa cuando:

- $x>0$ y $y<0$
- $x<0$ y $y>0$

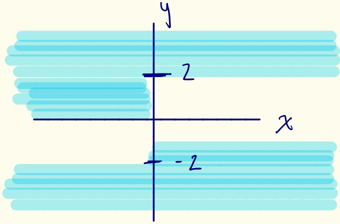
En el plano cartesiano sería:



b) Para tener $y^2>4$ hace falta que $y>2$ o bien $-y<-2$.
En el plano cartesiano se ve así



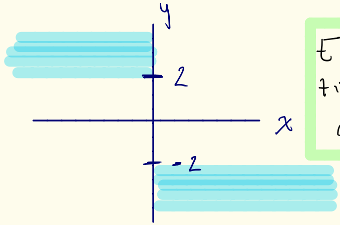
c) $A \cup B$



al conjunto A le agrego los elementos del conjunto B.

$$A \cup B = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (x,y)\in A \text{ ó } (x,y)\in\mathbb{R}\}$$
$$= \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid xy<0 \text{ ó } y^2>4\}$$

d) $A \cap B$

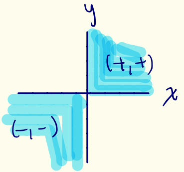


Elementos que tienen en común A y B

$$A \cup B = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (x,y)\in A \text{ y } (x,y)\in\mathbb{R}\}$$
$$= \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid xy<0 \text{ y } y^2>4\}$$

e) $\bar{A} = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x,y) \notin A \}$

$= \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \geq 0 \}$

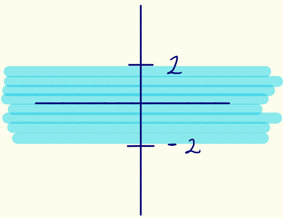


los puntos que no están en A.

f) $\bar{B} = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x,y) \notin B \}$

$= \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 \leq 4 \}$

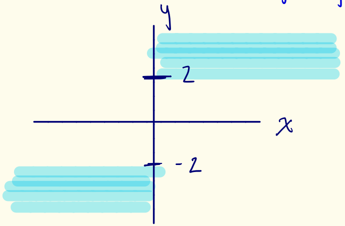
$= \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |y| \leq 2 \}$



los que no están en B.

g) $B - A = \{ (x,y) \in B \mid (x,y) \notin A \}$

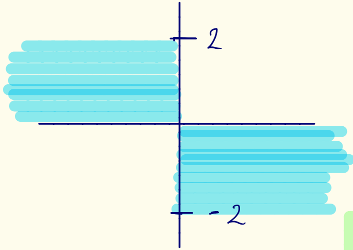
$= \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 > 4$ y $xy \geq 0 \}$



al conjunto B le quito los elementos de A.

h) $A - B = \{ (x,y) \in A \mid (x,y) \notin B \}$

$= \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy < 0$ y $y^2 \leq 4 \}$



al conjunto A le quito los elementos de B.

Notemos que:

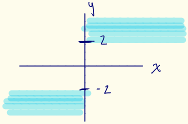
- $A - B \neq B - A$.
- $A - B = A \cap B^c$

i) $\overline{\bar{A}\cap B} = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (x,y)\notin \bar{A}\cap B\}$

Veamos que onda con $\bar{A}\cap B$

$\bar{A}\cap B = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (x,y)\notin \bar{A} \text{ y } (x,y)\in B\}$

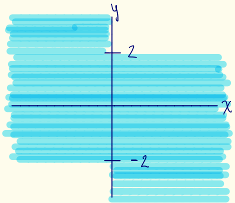
$= \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid xy>0 \text{ y } y^2>4\}.$



Regresemos a $\overline{\bar{A}\cap B}$

$\overline{\bar{A}\cap B} = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (x,y)\notin \bar{A}\cap B\}$

$= \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid xy\le 0 \text{ ó } y^2\le 4\}$

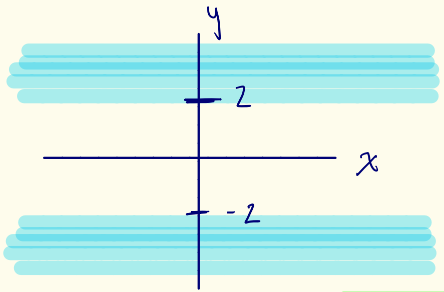


Lo que no está en $\bar{A}\cap B$

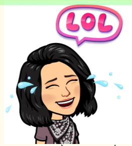
j) $B-\bar{B} = \{(x,y)\in B \mid (x,y)\notin \bar{B}\}$

$= \{(x,y)\in B \mid (x,y)\in B\}$

$= B$



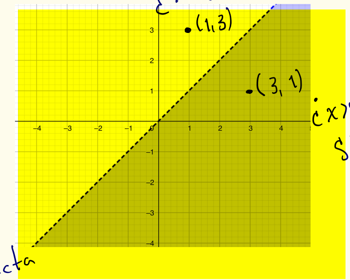
a B le quito lo que no está en B.



No le quito nada

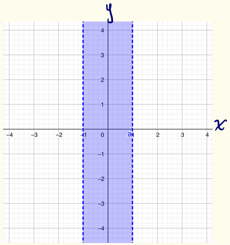
2) a) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x+y > 0\}$

$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > y\}$



b) $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 < 1\}$

$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| < 1\}$



c) $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2y + 6 - x = 0 \text{ y } x = 2\}$

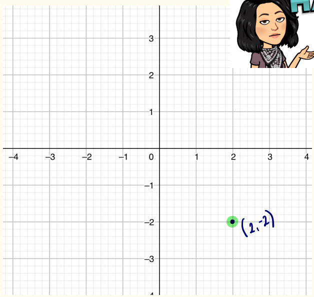
$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 2 \text{ y } 2y + 6 - x = 0\}$

$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 2 \text{ y } 2y = x - 6\}$

$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 2 \text{ y } y = \frac{x-6}{2}\}$

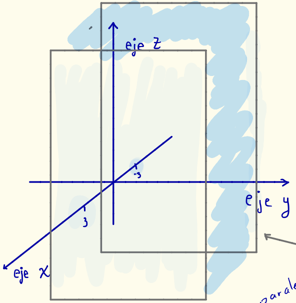
$= (2,-2)$

Sólo un punto



3)

a) $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid \ |x| < 3\}$

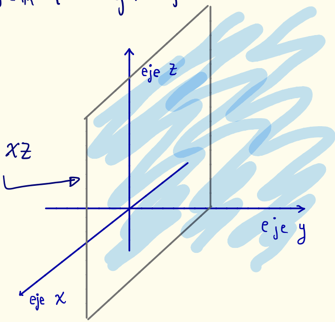


El conjunto A es lo que hay entre ambos planos

planos paralelos al plano yz que pasan por -3 y por 3

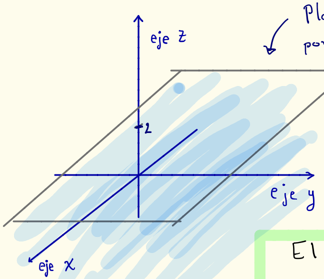
b) $B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid \ y > 0\}$

plano xz



B está formado por los puntos a la derecha del plano xz

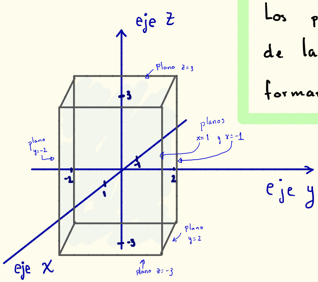
c) $C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R} \mid \ z < 2\}$



Plano que pasa por z=2 y es paralelo al plano xy

El conjunto C consiste de todos los puntos bajo el plano z=2

d) $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid \ |x| < 1, \ |y| < 2 \ y \ |z| < 3\}$



Los puntos dentro de la cajita forman al conjunto D

- Imágenes creadas con Bitmoji

- Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World

Enero 2020