Unidad 2

Nidia Elizabeth Gómez Ortega

Julio 2021

Asesorado por Arilín Haro

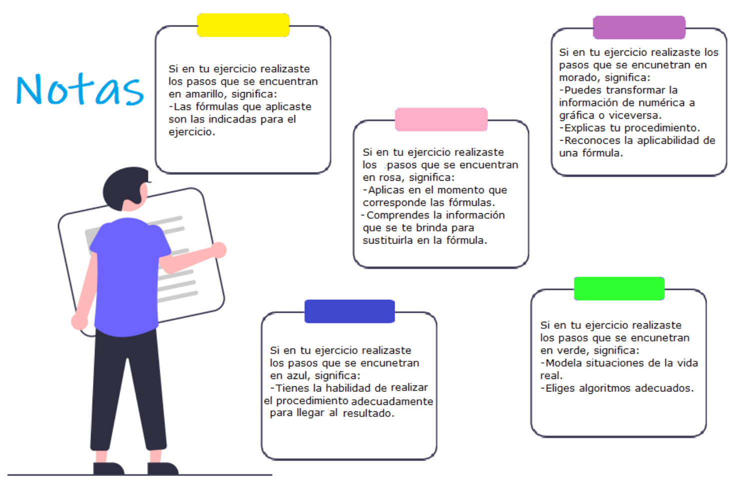
Respuestas correctas

1. Recomendaciones

A continuación se encuentran los ejercicios con su respuesta correcta.

Cada respuesta esta marcada con los colores que indican el grupo de conocimiento que se esta utilizando.

La siguiente imagen te puede ayudar a comprender lo que significan los colores que coinciden en tu respuesta.



2. Respuestas

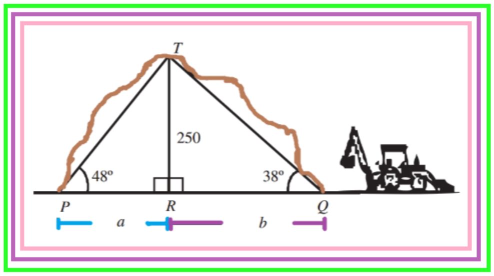
2.1. Ejercicio 1

En la construcción de una carretera se encuentra una montaña de 250 metros de altura, a través de ella se construirá un túnel. La punta de la montaña se observa bajo un ángulo de 48°30' desde el punto P en un extremo de la montaña, y bajo una ángulo de 38° desde el otro extremo.

¿Cuál será la longitud del túnel?

Solución.

La gráfica que representa al problema es la siguiente:



Con ayuda de la figura podemos ver que la longitud del túnel está dada por:

$$a + b$$

Para el valor de a
Para encontrar su valor utilizaremos el triángulo PRT.
Recordemos que

$$tan(P) = \frac{CO}{CA}$$

En donde

- P= 48°
- CO = 250
- CA = a

Sustituyendo los valores tenemos:

$$tan(48^0) = \frac{250}{a}$$

Despejando obtenemos:

$$a = \frac{250}{tan(48^0)}$$

$$a = \frac{250}{1,1106}$$

$$a = 225,10$$

Para el valor de b

Para encontrar su valor utilizaremos el triángulo QRT.

Recordemos que

$$tan(Q) = \frac{CO}{CA}$$

En donde

- Q= 38°
- CO = 250
- CA = b

Sustituyendo los valores tenemos:

$$tan(38^0) = \frac{250}{b}$$

Despejando obtenemos:

$$b = \frac{250}{tan(38^0)}$$

$$b = \frac{250}{0{,}7812}$$

$$b = 320{,}02$$

Entonces al sustituir en a+b se tiene:

$$\boxed{\begin{aligned} a + b &= 225{,}10 + 320{,}02 \\ a + b &= 545{,}12 \end{aligned}}$$

Por lo tanto la longitud del túnel está dada por:

545,12 metros ★

2.2. Ejercicio 2

Escribe la siguiente ecuación en coordenadas polares.

$$x^2 + y^2 + 3x - 4y - 18 = 0$$

Solución

Recordemos que en coordenadas polares se tiene:

$$\boxed{\begin{aligned} x &= rcos\theta \\ y &= rsen\theta \end{aligned}}$$

Al sustituir estos valores en la ecuación que nos proporcionan tenemos:

$$\underline{(rcos\theta)^2 + (rsen\theta)^2 + 3rcos\theta - 4rsen\theta - 18 = 0}$$
$$\underline{r^2cos^2\theta + r^2sen^2\theta + 3rcos\theta - 4rsen\theta - 18 = 0}$$

Observemos que esta ecuación representa una circunferencia, debido a que los términos elevados al cuadrado tienen el mismo signo y el mismo coeficiente. Por ello, se puede factorizar r^2 como se muestra a continuación:

$$\underline{r^2(cos^2 + sen^2) + 3rcos\theta - 4rsen\theta - 18 = 0}$$

Pero $\underline{cos^2 + sen^2 = 1}$ por lo que se tiene:

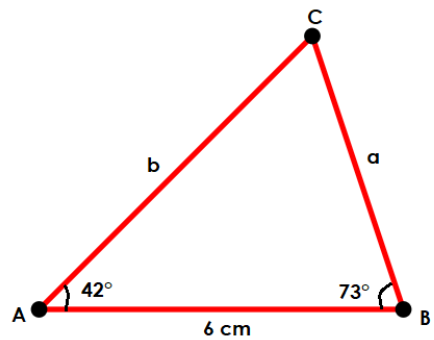
$$\underline{r^2(1) + 3rcos\theta - 4rsen\theta - 18 = 0}$$
$$\underline{r^2 + 3rcos\theta - 4rsen\theta - 18 = 0}$$

Por lo tanto la ecuación expresada en coordenadas polares es:

$$r^2 + 3rcos\theta - 4rsen\theta - 18 = 0_\star$$

2.3. Ejercicio 3

Encuentra los elementos que faltan del siguiente triángulo.



Solución.

Para el valor del ángulo C

Sabemos que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es 180°, por ello:

$$C + 42^0 + 73^0 = 180^0$$

$$C = 180^0 - 42^0 - 73^0$$

$$C = 65^0$$

Para el valor de a y b

Como los datos que conocemos son los tres ángulos y un lado, para encontrara estos valores utilizaremos la ley de senos.

- Para el lado a $\boxed{\frac{a}{senA} = \frac{c}{senC}}$

Sustituyendo los datos nos queda:

$$\boxed{\frac{a}{sen(42^0)} = \frac{6}{sen65^0}}$$

Despejando tenemos:

$$\boxed{\begin{array}{l} a = \dfrac{6 \cdot sen(42^0)}{sen(65^0)} \\ a = 4{,}4298 \end{array}}$$

Por lo tanto el valor de a es:

a = 4,4298

- Para el lado b

$$\boxed{\frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}}$$

Sustituyendo los datos nos queda:

$$\boxed{\frac{b}{sen(73^0)} = \frac{6}{sen65^0}}$$

Despejando tenemos:

$$\boxed{\begin{aligned} b =& \frac{6 \cdot sen(73^0)}{sen(65^0)} \\ b =& 6{,}3309 \end{aligned}}$$

Por lo tanto el valor de a es:

b = 6,3309 ★

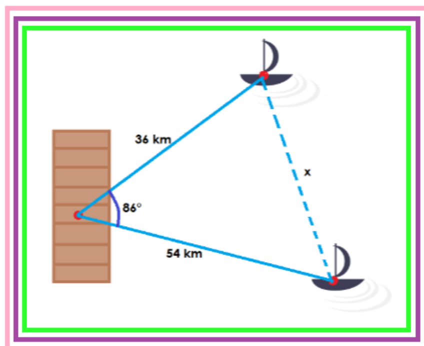
2.4. Ejercicio 4

Dos barcos salen de un mismo punto a la misma hora con rumbos rectilíneos distintos, formando un ángulo de 85°entre ellos. Al cabo de dos horas, el primer barco está a 36 kilómetros del punto inicial y el segundo barco está a 54 kilómetros.

¿A qué distancia se encontrará un barco del otro?

Solución.

La gráfica con la información que se tiene es la siguiente:



Para resolver este problema utilizaremos la ley de los cosenos, ya que los datos que conocemos son el valor de dos de sus lados y el valor del ángulo comprendido entre ellos.

La ley de los cosenos nos dice:

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot cos(C)}$$

En donde:

- a = 36
- b = 54
- c = x
- $\angle C = 85^0$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$x^2 = (36)^2 + (54)^2 - 2(36)(54) \cdot cos(85^0)$$
$$x^2 = 1296 + 2916 - 338{,}8615$$
$$x^2 = 3873{,}1385$$
$$x = \sqrt{3873{,}1385}$$
$$x = 62{,}2345$$

Por lo tanto la distancia entre los dos barcos es:

62,2345 kilómetros ★

2.5. Ejercicio 5

Demuestra $sen\alpha + cos\alpha \cdot ctg\alpha = csc\alpha$

PD. $sen\alpha + cos\alpha \cdot ctg\alpha = csc\alpha$

La siguiente desigualdad se cumple sí y sólos sí:

$sen\alpha + cos\alpha \cdot ctg\alpha = csc\alpha$ pero $ctg\alpha = \frac{cos\alpha}{sen\alpha}$

$$\iff sen\alpha + cos\alpha \cdot \frac{cos\alpha}{sen\alpha} = csc\alpha$$

$$\iff sen\alpha + \frac{cos^2\alpha}{sen\alpha} = csc\alpha$$

$$\iff \frac{sen\alpha \cdot sen\alpha + cos^2\alpha}{sen\alpha} = csc\alpha$$

$$\iff \frac{sen^2\alpha + cos^2\alpha}{sen\alpha} = csc\alpha$$

$$\iff \frac{1}{sen\alpha} = csc\alpha$$

$$\iff csc\alpha = csc\alpha$$

$\therefore sen\alpha + cos\alpha \cdot ctg\alpha = csc\alpha_\bigstar$