

Ecuaciones de la recta en el plano

- + Punto pendiente
- + Que pasa por dos puntos
- + General
- + Segmentaria
- + Paramétrica



Ecuación de la recta: Punto Pendiente

$$y = mx + b$$

m pendiente

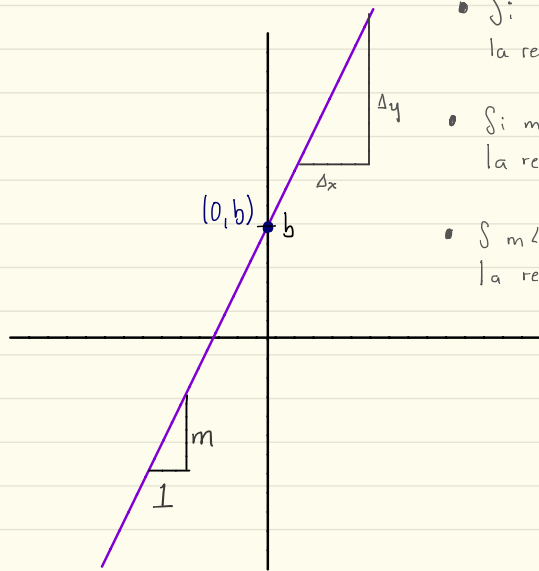
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

¿Cuánto cambia "y" cuando nos movemos 1 en "x"?

b

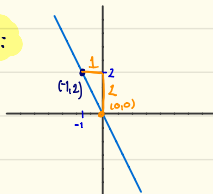
ordenada al origen

altura a en la que la recta cruza el eje y.



- Si: $m > 0$
la recta va de subida
- Si: $m = 0$
la recta es horizontal
- Si: $m < 0$
la recta va de bajada

Ejemplo:



$$m = -2$$

$$b = 0$$

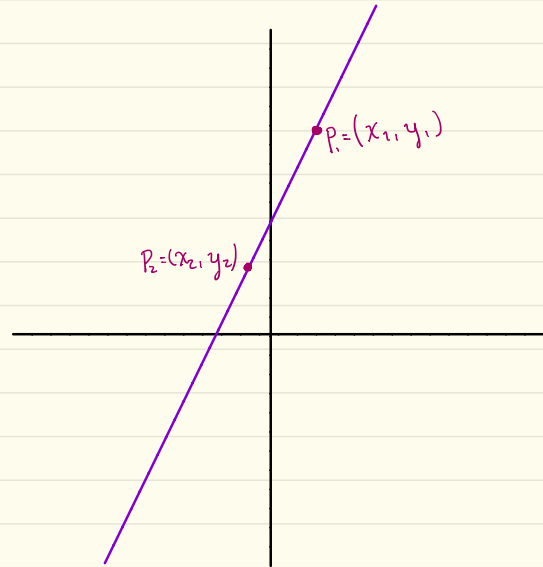
$$y = -2x + 0$$

$$y = -2x$$

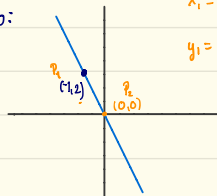
Ecuación de la recta:
Dados dos puntos en ella

Si la recta pasa por los puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ podemos utilizar la ecuación:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$



Ejemplo:



$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 0$$

$$y_1 = 2$$

$$y_2 = 0$$

$$y - 2 = \frac{0 - 2}{0 - (-1)} (x - (-1))$$

$$y - 2 = \frac{-2}{1} (x + 1) \rightarrow y - 2 = -2(x + 1)$$

$$\rightarrow y - 2 = -2x - 2$$

$$\rightarrow y = -2x$$

Ecuación de la recta:

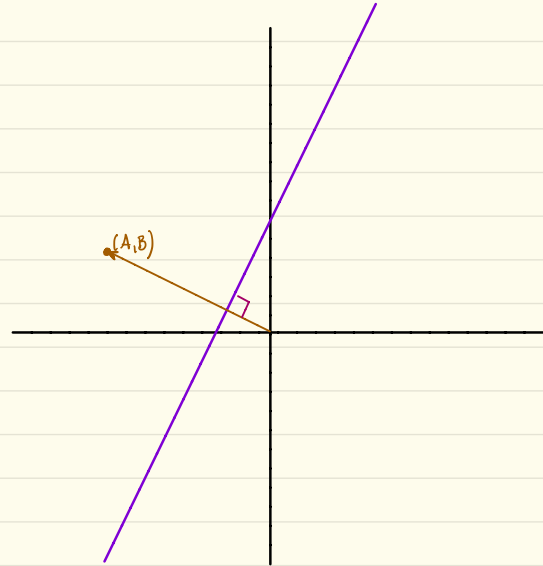
Ecuación General

$$Ax + By + C = 0$$

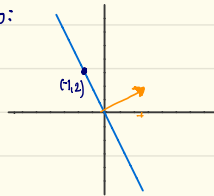
Ecuación de primer grado
en su forma general

El vector (A, B) es perpendicular a la recta

$$(A, B) \cdot (x, y) = 0$$



Ejemplo:



$$y = -2x$$

$$2x + y = 0$$

$A=2$ $B=1 \rightarrow (2, 1)$ perpendicular a la recta

Ecuación de la recta:

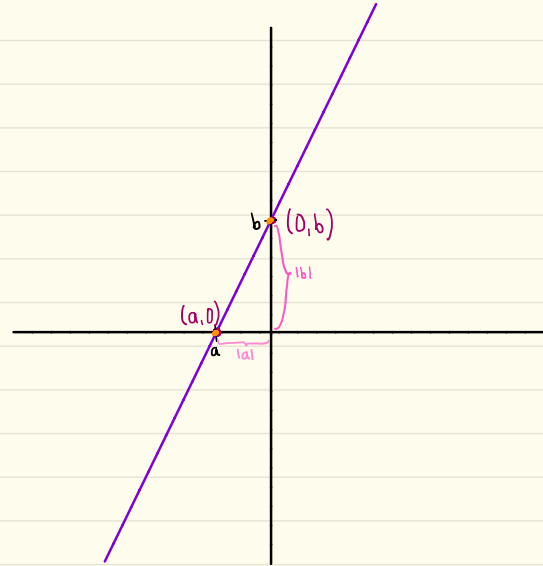
Ecuación segmentaria
o canónica

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

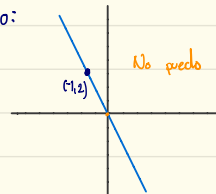
a abscisa al origen
donde la recta cruza el eje x

b ordenada al origen
donde la recta cruza al eje y.

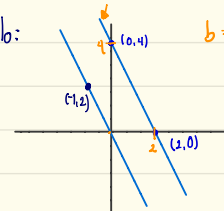
Solo se puede dar esta ecuación cuando la
recta no pasa por el origen.



Ejemplo:



Ejemplo:



$$a = 2$$

$$b = 4$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$$

Ecuación de la recta:

Paramétrica

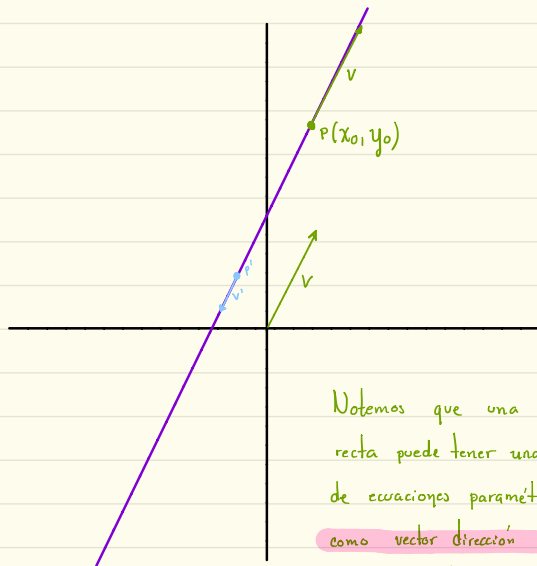
$$(x, y) = t v + p$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$v = (x_v, y_v)$ vector director

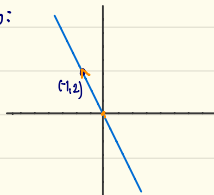
$p = (x_0, y_0)$ punto en la recta

$t \in \mathbb{R}$ parámetro



Notemos que una misma recta puede tener una infinidad de ecuaciones paramétricas pues como vector dirección podemos utilizar cualquier v' múltiplo de v , y como punto p cualquier punto en la recta

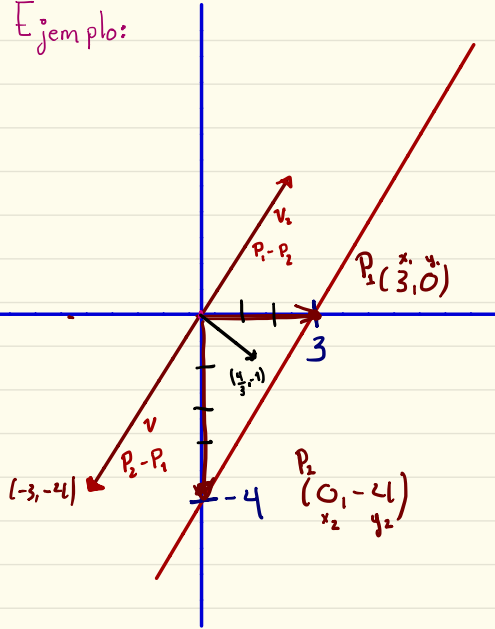
Ejemplo:



$$v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{(x, y) = t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}}}$$

Ejemplo:



$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{0 - (-4)}{3 - 0} = \frac{4}{3}$$

• Punto Pendiente $y = mx + b$

$$b = -4 \quad m = \frac{4}{3}$$

$$y = \frac{4}{3}x - 4$$

• Que pasa por Dos Puntos $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$

$$y - 0 = \frac{-4 - 0}{0 - 3} (x - 3) \rightarrow y = \frac{4}{3} (x - 3)$$

• Canónica

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{-2} = 1$$

• General $Ax + By + C = 0$

$$y = \frac{4}{3}x - 4 \rightarrow \frac{4}{3}x - y - 4 = 0$$

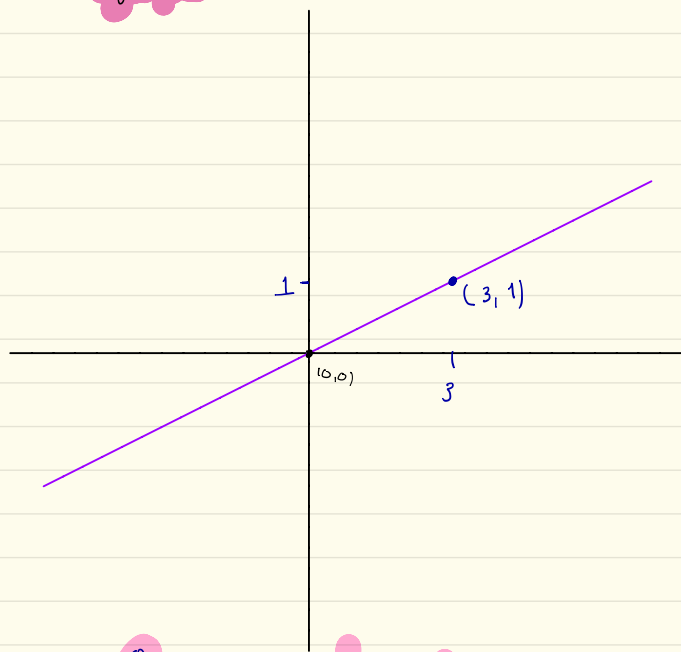
• Paramétrica

$$v = (0, -4) - (3, 0) = (-3, -4)$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 2



Que pasa por dos puntos

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$y - 0 = \frac{1-0}{3-0} (x-0) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x$$

Punto pendiente

$$y = \frac{x}{3}$$

Paramétrica

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

o bien

$$(x, y) = t(3, 1)$$

General

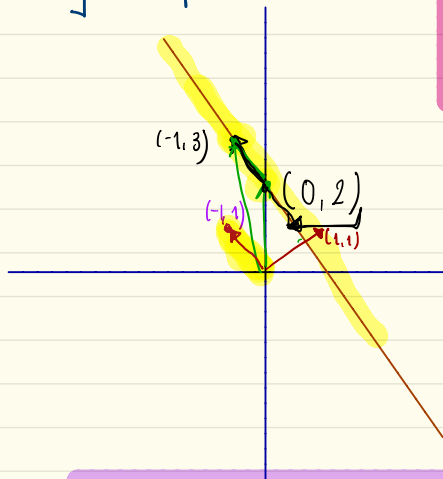
$$\frac{1}{3}x - y = 0$$

Canónica

Como $a=b=0$ pues la recta pasa por el origen no podemos dar la forma canónica.

Ejemplo

$$\text{Punto Pendiente}$$
$$y = -x + 2$$



$$\begin{matrix} P_2 & P_1 & P_1 \\ \leftarrow & \leftarrow & \leftarrow \end{matrix}$$

$$\text{Paramétrica} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -1 - 0 \\ 3 - 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Para encontrar el vector dirección resto cualesquiera dos puntos en la recta.

Canónica

Aquí conocemos "b" pero no "a".

Tengo 2 opciones, calcular "b" o despejar en alguna de las otras ecuaciones.

Despejaré de la forma general.

$$x + y - 2 = 0 \rightarrow x + y = 2 \rightarrow$$

$$\frac{x+y}{2} = 1 \rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1.$$

Que pasa por dos puntos

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad P_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{matrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 \end{matrix}$$

$$(y - 2) = \frac{3 - 2}{-1 - 0} (x - 0)$$

$$\rightarrow (y - 2) = -1(x)$$

General

$$x + y - 2 = 0$$

$$A = 1 \quad B = 1 \quad C = -2$$

$$(A, B) = (1, 1)$$

+ Imágenes creadas con Bitmoji

+ Notas hechas por Arilín Haro, de
Arilin's Math World

