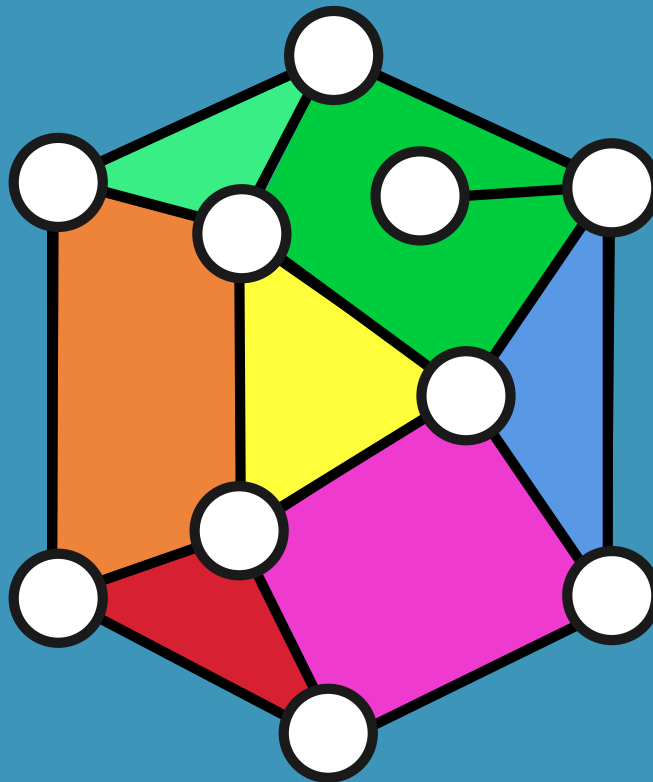




NOTAS DE APOYO PARA TEORÍA DE GRÁFICAS I

Introducción

Axel Leonardo Castillo Vallejo
Bajo la supervisión de: Leonardo Ignacio Martínez Sandoval

Introducción

El propósito de estas notas es ofrecer un apoyo para un curso de teoría de gráficas 1 (estudio introductorio de gráficas simples o grafos simples). Fueron realizadas como parte de mi servicio social bajo el asesoramiento del Dr. Leonardo Ignacio Martínez Sandoval.

La elección de los temas y el orden en que son abordados, están basados en gran medida en notas que escribí al recibir un curso en gráficas dado por el Dr. Gerardo Miguel Tecpa Galván, en la Facultad de Ciencias UNAM (Matemáticas plan 1983).

Estas notas están estructuradas de forma similar a una guía o acordeón. En cada capítulo, después de alguna definición, se da un ejemplo junto con una ilustración, para una mejor intuición de los conceptos. Se enuncian los resultados más relevantes (sin demostración), y se proponen ejercicios con un nivel similar a una tarea o examen, estos son mayormente de tipo teórico. Finalmente se presentan algunos algoritmos junto con un ejemplo paso a paso de su aplicación.

Índice

1. Gráficas	3
1.1. Definiciones	3
1.1.1. Gráfica, vértice y arista	3
1.1.2. Adyacencia, incidencia, $V(G)$ y $E(G)$	3
1.1.3. Representación de una gráfica en el plano	3
1.1.4. Matriz de adyacencia	5
1.1.5. Matriz de incidencias	5
1.1.6. Orden y tamaño	6
1.1.7. Vecindad, grado, $E_G(v)$, grado mínimo y máximo	6
1.1.8. Isomorfismo de gráficas	7
1.2. Resultados importantes	7
1.3. Ejercicios	8
2. Subgráficas, tipos de gráficas y operaciones entre gráficas	10
2.1. Definiciones	10
2.1.1. Igualdad de gráficas, subgráficas, supergráficas y subgráficas propias	10
2.1.2. Subgráfica generadora y subgráfica propia	11
2.1.3. Gráfica trivial, vacía, completa y K_n	11
2.1.4. Conjunto independiente	12
2.1.5. Gráfica bipartita, bipartita completa y $K_{n,m}$	13
2.1.6. Gráfica r -regular	14
2.1.7. Gráfica de líneas	14
2.1.8. Complemento de una gráfica	15
2.1.9. Unión de gráficas, gráficas ajenas, suma de gráficas y producto cartesiano de gráficas	15
2.2. Resultados importantes	17
2.3. Ejercicios	19
3. Caminos y conexidad	21
3.1. Definiciones	21
3.1.1. Camino, camino cerrado, subcamino, longitud de un camino y concatenación de caminos	21
3.1.2. Trayectoria, ciclo y paseo	24
3.1.3. Conexidad	25
3.1.4. Componentes conexas	26
3.1.5. Distancia entre vértices, geodésica, excentricidad, radio, centro, diámetro y periferia	27
3.2. Resultados importantes	29

3.3.	Ejercicios	31
3.4.	Algoritmo de búsqueda BFS y DFS	33
4.	Árboles	37
4.1.	Definiciones	37
4.1.1.	Árbol, bosque y hoja	37
4.1.2.	Árboles generadores	38
4.2.	Resultados importantes	38
4.3.	Ejercicios	39
4.4.	Algoritmo de Kruskal	40
5.	Recorridos en gráficas	43
5.1.	Definiciones	43
5.1.1.	Paseos eulerianos y gráficas eulerianas	43
5.1.2.	Trayectorias hamiltonianas, ciclos hamiltonianos y gráficas hamiltonianas	44
5.2.	Resultados importantes	45
5.3.	Ejercicios	47
5.4.	Algoritmo de Fleury	48
6.	Apareamientos en gráficas y coloración por aristas	54
6.1.	Definiciones	54
6.1.1.	Apareamiento, apareado y saturado	54
6.1.2.	Apareamiento: Maximal, Máximo y Perfecto	55
6.1.3.	M-alternante y M-aumentante	57
6.1.4.	Diferencia simétrica	59
6.1.5.	Coloración por aristas	60
6.1.6.	Índice cromático	60
6.2.	Resultados importantes	61
6.3.	Ejercicios	63
6.4.	Algoritmo húngaro	64
7.	Gráficas aplanables y coloración por vértices	67
7.1.	Definiciones	67
7.1.1.	Encaje planar, gráfica aplanable y gráfica plana	67
7.1.2.	Caras/regiones de una gráfica plana	68
7.1.3.	Reglas de dibujos de gráficas aplanables	69
7.1.4.	Coloración por vértices	71
7.1.5.	Número cromático	72
7.2.	Resultados importantes	73
7.3.	Ejercicios	76
7.4.	Algoritmo greedy para coloraciones propias	77